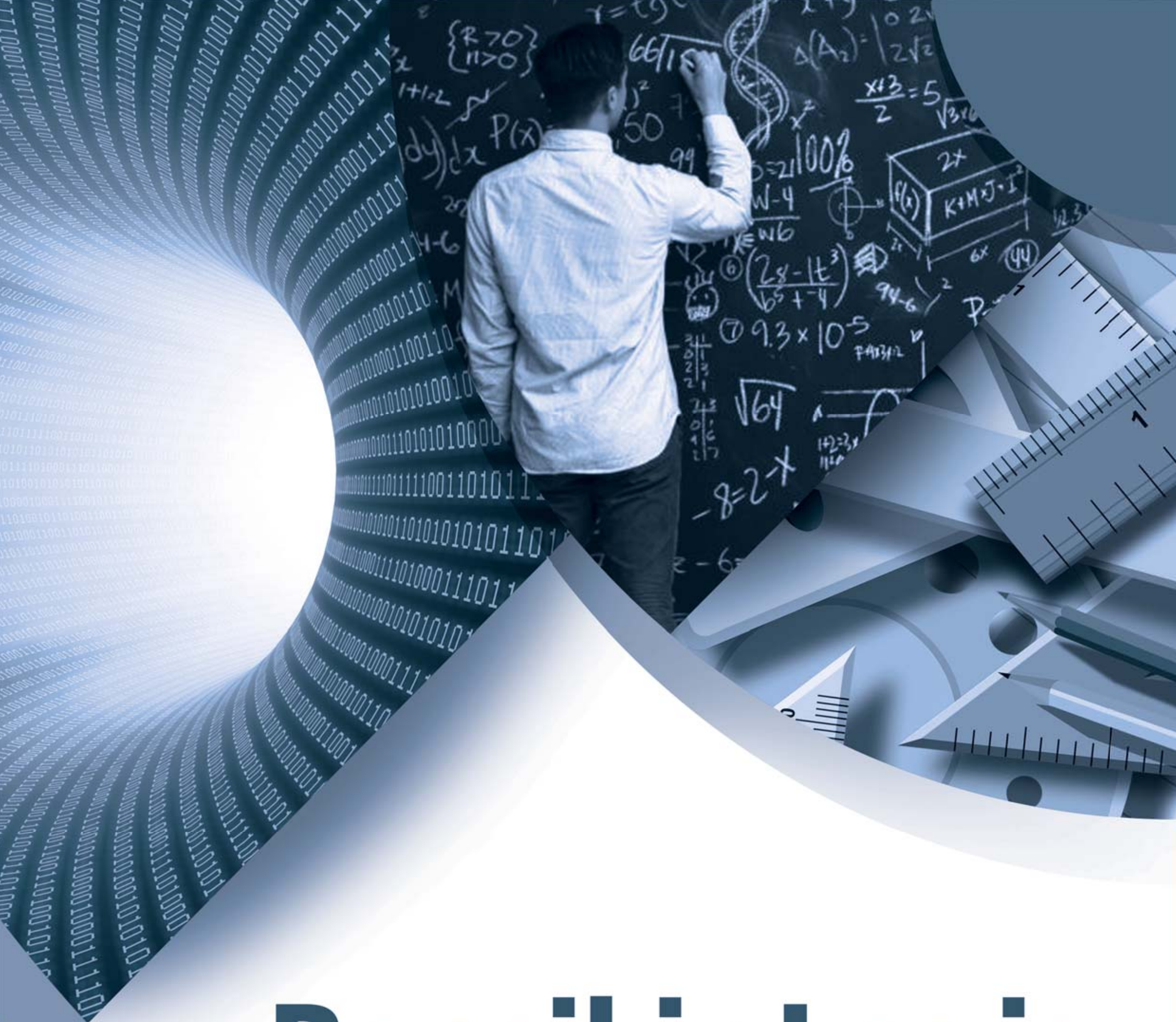
Dicetak Oleh:
Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan
Direktorat Jenderal PAUD dan Dikmas
Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Tahun 2019

Berpikir Logis

MATEMATIKA PAKET C
SETARA SMA/MA
KELAS XI

MODUL TEMA 6

Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat
Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan
Tahun 2018



Berpikir Logis

MATEMATIKA PAKET C
SETARA SMA/MA
KELAS XI

MODUL TEMA 6

Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat
Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan
Tahun 2018

Matematika Paket C - Setara SMA/MA kelas XI
Modul Tema 6 : Berpikir Logis

- **Penulis:** Sujatmiko

- **Diterbitkan oleh**: Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan-Ditjen Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat-Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, 2018

iv+ 64 hlm + illustrasi + foto; 21 x 28,5 cm

Modul Dinamis: Modul ini merupakan salah satu contoh bahan ajar pendidikan kesetaraan yang berbasis pada kompetensi inti dan kompetensi dasar dan didesain sesuai kurikulum 2013. Sehingga modul ini merupakan dokumen yang bersifat dinamis dan terbuka lebar sesuai dengan kebutuhan dan kondisi daerah masing-masing, namun merujuk pada tercapainya standar kompetensi dasar.

Kata Pengantar

Pendidikan kesetaraan sebagai pendidikan alternatif memberikan layanan kepada mayarakat yang karena kondisi geografis, sosial budaya, ekonomi dan psikologis tidak berkesempatan mengikuti pendidikan dasar dan menengah di jalur pendidikan formal. Kurikulum pendidikan kesetaraan dikembangkan mengacu pada kurikulum 2013 pendidikan dasar dan menengah hasil revisi berdasarkan peraturan Mendikbud No.24 tahun 2016. Proses adaptasi kurikulum 2013 ke dalam kurikulum pendidikan kesetaraan adalah melalui proses kontekstualisasi dan fungsionalisasi dari masing-masing kompetensi dasar, sehingga peserta didik memahami makna dari setiap kompetensi yang dipelajari.

Pembelajaran pendidikan kesetaraan menggunakan prinsip flexible learning sesuai dengan karakteristik peserta didik kesetaraan. Penerapan prinsip pembelajaran tersebut menggunakan sistem pembelajaran modular dimana peserta didik memiliki kebebasan dalam penyelesaian tiap modul yang di sajikan. Konsekuensi dari sistem tersebut adalah perlunya disusun modul pembelajaran pendidikan kesetaraan yang memungkinkan peserta didik untuk belajar dan melakukan evaluasi ketuntasan secara mandiri.

Tahun 2017 Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan, Direktorat Jendral Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat mengembangkan modul pembelajaran pendidikan kesetaraan dengan melibatkan Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kemdikbud, para akademisi, pamong belajar, guru dan tutor pendidikan kesetaraan. Modul pendidikan kesetaraan disediakan mulai paket A tingkat kompetensi 2 (kelas 4 Paket A). Sedangkan untuk peserta didik Paket A usia sekolah, modul tingkat kompetensi 1 (Paket A setara SD kelas 1-3) menggunakan buku pelajaran Sekolah Dasar kelas 1-3, karena mereka masih memerlukan banyak bimbingan guru/tutor dan belum bisa belajar secara mandiri.

Kami mengucapkan terimakasih atas partisipasi dari Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kemdikbud, para akademisi, pamong belajar, guru, tutor pendidikan kesetaraan dan semua pihak yang telah berpartisipasi dalam penyusunan modul ini.

Jakarta, Desember 2018
Direktur Jenderal

Harris Iskandar

Daftar Isi

Petunjuk Penggunaan Modul dan Kriteria Ketuntasan Pembelajaran

Modul ini berisi materi tentang penggunaan logika matematika secara langsung dalam proses pembuktian kebenaran atau ketidakbenaran pernyataan matematika dalam berbagai konsep matematika yang melibatkan konteks dan aktifitas sehari-hari di rumah, lingkungan tempat tinggal, dan di masyarakat. Sebelum mempelajari modul ini, Anda sudah harus menguasai *materi prasyarat* yaitu tentang pengetahuan dasar berhitung dan aljabar.

Untuk memastikan tingkat penguasaan, Anda dapat mengerjakan latihan operasi hitung dan aljabar sederhana yang dikenalkan di awal modul. Cara belajar dengan menggunakan modul dapat dilakukan secara mandiri (tanpa bantuan tutor/pendidik), melalui tutorial, atau menggunakan pembelajaran tatap muka seperti yang dilaksanakan dalam sekolah formal. Tata cara penggunaan modul adalah sebagai berikut.

a. Mengikuti jadwal kontrak belajar yang telah disepakati dengan tutor
b. Membaca dan memahami uraian materi pembelajaran
c. Mengidentifikasi materi-materi pembelajaran yang sulit atau perlu bantuan konsultasi dengan tutor, sedangkan materi lainnya dipelajari dan dikerjakan secara mandiri atau penguatan pembelajaran bersama tutor
d. Melaksanakan tugas-tugas dalam modul dengan benar untuk lebih memahami materi pembelajaran
e. Mengerjakan soal dan latihan dengan benar untuk lebih memahami materi pembelajaran pembelajaran
f. Mengerjakan soal penilaian akhir modul untuk lebih memahami materi pembelajaran dengan benar
g. Apabila Anda mengalami kesulitan mengerjakan tugas karena keterbatasan sarana, prasarana, alat, media dan bahan belajar yang diperlukan, maka Anda dapat berkonsultasi dengan rekan sejawat untuk merancang tugas alternative yang setara
h. Apabila Anda mengalami kesulitan mengerjakan soal, latihan dan penilaian akhir modul, maka Anda dapat menggunakan rubric penilaian, kunci jawaban dan pembahasan yang diberikan diakhir modul agar lebih memahami. Kerjakan ulang soal, latihan dan penilaian akhir sampai Anda yakin tidak mengalami kesulitan mengerjakan soal
i. Apabila Anda mengalami kesulitan atau ingin mendalami lebih lanjut uraian materi, melaksanakan tugas pembelajaran, latihan dan soal yang diberikan belum cukup membuat Anda menguasai kompetensi yang diharapkan, maka Anda perlu mempelajari lebih lanjut referensi dan daftar pustaka suatu materi pembelajaran

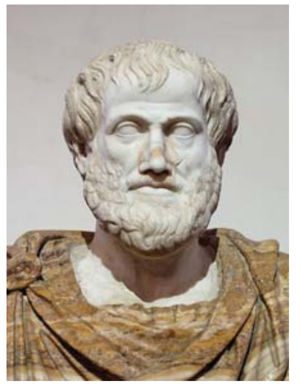
Tujuan Pembelajaran Modul

Tujuan pembelajaran modul ini, agar Anda:

1. Mampu menjelaskan berbagai metode pembuktian serta penerapannya pada berbagai konsep matematika yang dipelajari
2. Memahami langkah atau prosedur kerja matematika yang dapat dibenarkan menurut logika matematika dan penggunaanya dalam menyelesaikan masalah sehari-hari
3. Mampu memeriksa dan menguji kebenaran atau ketidakbenaran pernyataan matematika dengan pembuktian langsung; pembuktian melalui ekivalen secara logis, tautologi dan kontradiksi; pembuktian melalui contoh penyangkal; pembuktian melalui induksi matematika serta penggunaanya dalam menyelesaikan masalah sehari-hari
4. Terbentuk dan memiliki sikap kemandirian, bertindak logic, tidak mudah menyerah dan percaya diri menggunakan matematika dalam pengembangan ilmu pengetahuan dan teknologi sehari-hari

Pengantar Modul

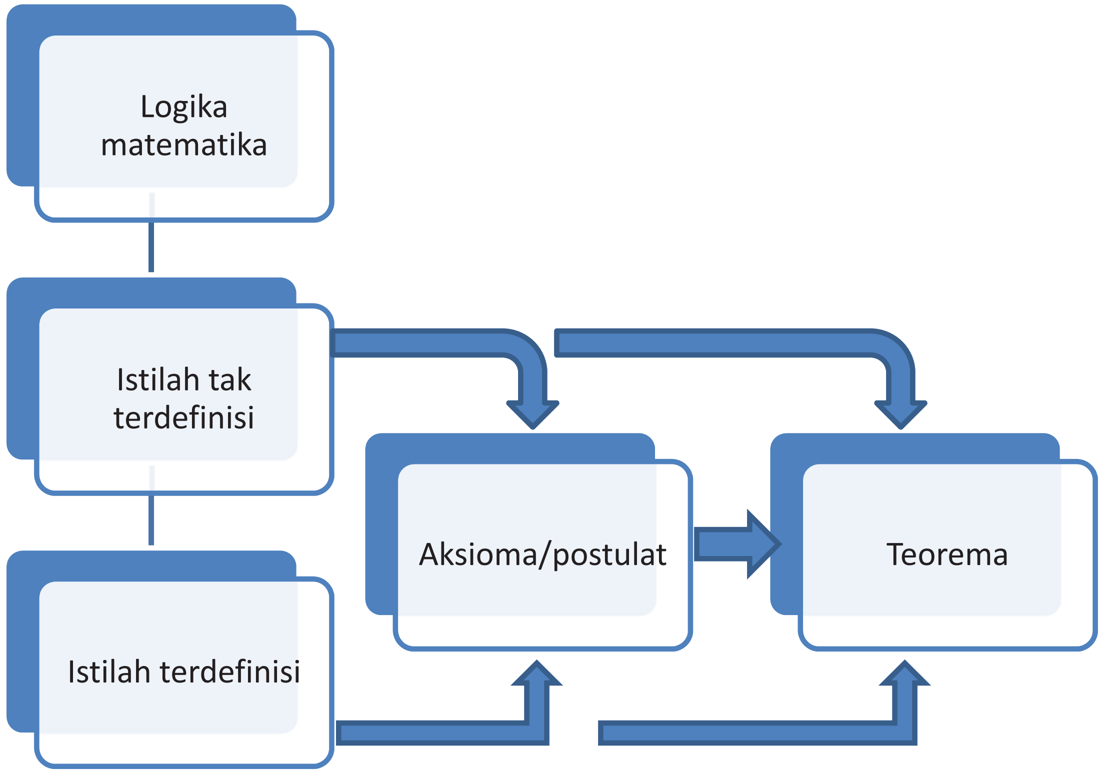
Logika (berasal dari kata ‘logos’ yang berarti perkataan, ucapan, alasan) dalam mempelajari prinsip bernalar dan berargumen yang absah. Melalui pernyataan-pernyataan atau premis yang diberikan, diperoleh kesimpulan. Logika matematika banyak digunakan untuk membuktikan konsep-konsep matematika. Peran bukti dalam matematika sangat penting karena kebenaran kesimpulan tidak diperoleh sekedar dari hasil pengamatan secara praktis, tetapi melalui penyusunan serangkaian argumen yang absah sehingga diperoleh kesimpulan yang absah.



Aristoteles, 384 – 322 SM, menulis berbagai karya utama tentang logika yang menekankan pada system berpikir deduktif selain observasi, eksperimen dan berpikir induktif. Karya lainnya adalah metafisika, fisika, etika, politik, ilmu kedokteran, ilmu alam dan karya seni

Kemampuan bernalar atau berlogika matematika dalam kehidupan sehari-hari berkaitan dengan memeriksa dan membuktikan kebenaran, ketidakbenaran atau masuk akalnya pernyataan; inferensi atau proses penarikan kesimpulan dari berbagai proposisi, premis atau pernyataan yang diketahui dan dianggap benar.

Belajar logika berarti belajar untuk mempertimbangkan, merenungkan, menganalisis, menunjukkan alasan-alasan, membuktikan sesuatu, menggolong-golongkan, membanding-bandingkan, menarik kesimpulan, meneliti suatu jalan pikiran, mencari hubungan sebab akibat secara realitas dan lain-lain, agar dapat berpikir lebih nalar, kritis, tepat, runtut atau konsisten, dan benar. Belajar logika dalam berbahasa juga melatih kita untuk menggunakan struktur kalimat efektif dengan ejaan yang tepat, sistematis, hemat kata, jelas, konsisten dan rasional sehingga mudah dipahami.



Selanjutnya, sistem kebenaran dalam matematika didasarkan atas sistem aksioma yang terdiri atas empat bagian penting, yaitu: istilah tak terdefinisi, istilah terdefinisi, aksioma, dan teorema.

Istilah tak terdefinisi merupakan istilah dasar yang dipakai untuk membangun istilah lain, istilah ini hanya dapat dideskripsikan. Misalnya himpunan, titik, garis, bidang dan sebagainya. Kita tidak dapat mendefinisikan istilah *himpunan* karena definisi apapun yang dirancang akan memuat *sinonim atau persamaan artinya*, kita hanya bisa membuat deskripsinya, yaitu; suatu *himpunan terdefinisi* dengan baik apabila dapat dibedakan *unsur* dan *bukan unsur* di himpunan tersebut.

Istilah terdefinisi merupakan istilah yang digunakan dalam sistem, dirumuskan dari istilah dasar sehingga mempunyai arti tertentu. Definisi yang baik memiliki ciri:

- Jelas, tepat, dan memiliki satu makna.
- Hanya menggunakan istilah dasar atau istilah yang ada sebelumnya.
- Konsisten, memiliki arti sama pada tiap kasus dan konteks.
- Jangkauannya cukup luas untuk memuat sebanyak mungkin objek dalam sistem.

Istilah *himpunan hingga* dapat didefinisikan sebagai himpunan yang terdiri atas *n* unsur (*n* bilangan asli) atau himpunan kosong. Seringkali suatu definisi memiliki latar belakang misalnya *definisi gabungan dua himpunan* bertujuan untuk *memperbanyak anggota* himpunan gabungannya. Agar tujuan ini tercapai, maka *syarat keanggotaannya diperlemah*, yaitu dengan memilih *salah satu syarat*.

Aksioma atau postulat merupakan pernyataan yang diandaikan benar pada suatu sistem dan diterima tanpa pembuktian. Aksioma hanya memuat istilah tak terdefinisi dan istilah terdefinisi. *Teorema* merupakan pernyataan matematika yang dirumuskan secara logika dan dapat dibuktikan. Suatu teorema terdiri atas beberapa hipotesis dan kesimpulan, dan dapat dibuktikan dengan memanfaatkan istilah tak terdefinisi, istilah terdefinisi, aksioma, dan teorema atau pernyataan benar lainnya.

Pada modul ini, kita akan mempelajari prinsip dasar dalam logika matematika yang meliputi kalimat matematika, pernyataan dan gabungan pernyataan, implikasi dan ekivalensi, kuantor (pengukur jumlah), penarikan kesimpulan dan pembuktian.

❑ Uraian Materi

Dalam belajar bahasa kita mengenal kalimat berita, kalimat perintah, atau kalimat tanya. Misal: ”Dilarang masuk. Berapa harga buah mangga?”. Kalimat-kalimat tersebut merupakan kalimat yang tidak memuat nilai kebenaran sehingga tidak disebut sebagai kalimat matematika.

Kalimat matematika yang memiliki nilai kebenaran disebut *pernyataan* (*statement*), yaitu bernilai benar atau bernilai salah, tetapi tidak keduanya. Misal:

1. ”lima ditambah empat sama dengan sembilan, ditulis $5 + 4 = 9$. ”

   Pernyataan ini memiliki nilai kebenaran, yaitu bernilai benar.

2. ”lima kurang dari tiga, ditulis $5 < 3$.”

   Pernyataan ini memiliki nilai kebenaran, yaitu bernilai salah.

Kalimat matematika yang belum memiliki nilai kebenaran disebut *kalimat terbuka*. Contoh, kalimat $5 + x = 9$ merupakan kalimat terbuka, karena belum bisa ditetapkan bernilai benar atau bernilai salah. Apabila $x=4$ akan menjadi kalimat yang benar, dan jika $x \neq 4$ akan menjadi kalimat yang salah.

Beberapa pernyataan dapat digabung menjadi pernyataan majemuk (*komposit*). Nilai kebenaran dari pernyataan majemuk ditentukan oleh nilai kebenaran dari masing-masing sub pernyataannya. Contoh: ”Yosef sakit atau tua.” merupakan gabungan dari pernyataan ”Yosef sakit” dan ”Yosef tua”.

Sebuah pernyataan biasa dilambangkan oleh huruf-huruf

$$p, q, r, \ldots$$

dengan atau tanpa indeks bawah. Sedangkan pernyataan yang memuat kalimat terbuka yang berlaku pada himpunan A dilambangkan dengan

$$p(x)$$

di mana p(a) bernilai benar atau palsu, tetapi tidak keduanya untuk $a \varepsilon A$ (di baca ”a anggota A”). Pada contoh di atas kita dapat menuliskan:

1. Pernyataan, $5 + 4 = 9$, dapat ditulis dengan lambang p, yaitu p: $5 + 4 = 9$
2. Pernyataan, $5 < 3$, dapat ditulis dengan lambang q, yaitu q: $5 < 3$
3. Pernyataan, $x + 5 < 3$, dapat ditulis dengan lambang r(x), yaitu r(x): $x + 5 < 3$, x bilangan real
4. Pernyataan, Yosef sakit atau Yosef tua, dapat ditulis dengan lambang t, yaitu t: Yosef sakit atau Yosef tua

❑ **Penugasan**

Identifikasi Kalimat Matematika

- Tujuan:

  Mengidentifikasi kalimat matematika
- Media:
  - Buku
  - Majalah
  - Koran cetak atau online
- Langkah Penugasan:
  1. Sediakan sebuah buku, majalah, koran baik yang cetak ataupun yang online
  2. Bacalah beberapa artikel
- Pertanyaan:
  1. Apakah terdapat kalimat matematika dalam artikel tersebut? Tuliskan dalam format tabel berikut.

No	Judul artikel	Kutipan artikel yang berupa kalimat matematik

  2. Apa kesimpulan Anda?

❑ **Latihan Soal Unit 1**

Manakah di antara kalimat berikut yang termasuk bukan pernyataan, pernyataan benar, pernyataan salah, atau kalimat terbuka?

1. Terdapat tujuh hari dalam satu minggu
2. 87 adalah bilangan prima
3. $4 + 5 – 4 = 3$
4. $x + 3 = 6$
5. sebuah bilangan dikurang tiga hasilnya enam
6. $2n + 1$ adalah bilangan ganjil untuk n bilangan asli
7. Gunung ini sangat indah.
8. Ibu per gi ke pasar.
9. Perbuatan itu sangat mengesankan.
10. Untuk setiap bilangan bulat x, $x < 2x$

Unit 2. Ingkaran (Negasi)

❑ **Uraian Materi**

Sering kita mendengar ungkapan kalimat bernilai negatif, misalnya “Tidak benar saya melakukan itu”. Ungkapan ini merupakan bentuk ingkaran atau negasi. Misalkan diberikan pernyataan p. Ingkaran (peniadaan atau negasi) dari p dapat dibentuk dengan menuliskan ”Tidak benar bahwa p” atau dengan menyisipkan kata ”tidak” dalam p, yaitu:

Ingkaran dari p ditulis ~p

Apabila B menyatakan benar (*true*) dan S menyatakan salah (*false*), maka tabel kebenaran dari sebuah ingkaran adalah sebagai berikut.

p	~p
B	S
S	B

Contoh.

1. p : 7 adalah bilangan prima

   ~p : Tidak benar bahwa 7 adalah bilangan prima. Penulisan lainnya adalah: ”7 bukan bilangan prima”.
2. q : Paris ada di Perancis

   ~q : Tidak benar bahwa Paris ada di Perancis. Penulisan lainnya adalah: ”Paris tidak di Perancis”.
3. s : semua bilangan prima adalah ganjil

   ~s : Tidak benar bahwa semua bilangan prima adalah ganjil. Penulisan lainnya adalah:”tidak semua bilangan prima adalah ganjil”.

- **Penugasan**

Identifikasi Kalimat Negasi

- Tujuan:
  Mengidentifikasi kalimat negasi
- Media:
  - Buku
  - Majalah
  - Koran cetak atau online
- Langkah Penugasan:
  3. Sediakan sebuah buku, majalah, koran baik yang cetak ataupun yang online
  4. Bacalah beberapa artikel
- Pertanyaan:
  1. Apakah terdapat kalimat matematika dalam artikel tersebut? Tuliskan dalam format tabel berikut.

No	Judul artikel	Kutipan artikel yang berupa kalimat negasi

  2. Apa kesimpulan Anda?

- **Latihan Soal Unit 2**

1. Tentukan ingkaran dari kalimat berikut.
   a. Terdapat 12 hari dalam satu tahun
   b. 87 adalah bilangan ganjil
   c. $3 + 2 – 1 = 4$
   d. $y + 7 = 6$
   e. sebuah bilangan ditambah tiga hasilnya tujuh
   f. $2n + 1$ adalah bilangan genap untuk n bilangan asli
   g. Untuk setiap bilangan bulat x, $x < 2x + 1$
   h. Semua ikan bernapas dengan insang

2. Tentukan ingkaran dari pernyataan berikut dan tentukan nilai kebenarannya.
   a. 2 adalah bilangan prima
   b. $3^2 + 5 = 11$
   c. Jakarta terletak di Jawa Barat
   d. $3 + 4 \geq 7$
   e. untuk semua $x \in R$, maka $x^2 – x + 3 > 0$

Unit 3. Disjungsi dan Konjungsi

❑ Uraian Materi

Banyak ungkapan yang dihubungkan dengan kata hubung "*dan*" dan "*atau*", seperti "Saya memakai baju polos dan berwarna hitam", atau "Semua peserta harus memakai baju batik atau baju biasa". Ungkapan ini merupakan bentuk penggunaan gabungan kalimat dengan kata hubung "atau" (*disjungsi*) dan "dan" (*kongjungsi*).

a. Disjungsi (gabungan dua pernyataan)

Misalkan diberikan pernyataan p dan q. Disjungsi dari p dan q merupakan pernyataan majemuk dari p dan q yang dihubungkan dengan kata "atau" yang memiliki arti "dan/atau", yaitu:

disjungsi dari p dan q ditulis $p \vee q$ (dibaca"p dan q")

Tabel kebenaran dari disjungsi adalah sebagai berikut.

p	q	$p \vee q$
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

Dari tabel tampak bahwa nilai kebenaran dari $p \vee q$ hanya salah apabila p salah dan q salah.

Contoh 1.

1. p: Tono tinggal di desa

   q: Tono seorang pedagang

   Maka $p \vee q$: Tono tinggal di desa atau Tono seorang pedagang
2. p: $8 > 8$

   q: $8 \geq 8$

   Maka $p \vee q$: $8 > 8$ atau $8 \geq 8$
3. Tentukan nilai x agar disjungsi $x^2 - 4 = 0$ atau $4 + 3 = 12$ memiliki nilai benar.

   Penyelesaian.

   Misalkan p(x): $x^2 - 4 = 0$ dan q: $4 + 3 = 12$. Jelas bahwa q bernilai salah. Agar disjungsi bernilai benar maka x harus diganti dengan bilangan sehingga p bernilai benar. Penyelesaian dari $x^2 - 4 = 0$ adalah $x = 2$ atau $x = -2$. Jadi, agar disjungsi bernilai benar maka nilai $x = 2$ atau $x = -2$.

Simbol disjungsi juga digunakan untuk mendefinsikan gabungan dua himpunan. Gabungan (dilambangkan '$\cup$') dari himpunan A dan B, dinyatakan

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

yang dibaca "A gabungan B adalah himpunan x sedemikian hingga x adalah anggota A atau x anggota B".

Contoh 2.

Misalkan p(x): $x^2 - 7x + 12 = 0$ dan q(x): $x^2 - 6x + 8 = 0$ dengan x bilangan real. Tentukan nilai x agar $p \vee q$ bernilai benar.

Penyelesaian.

Dengan memfaktorkan diperoleh

p(x): $x^2 - 7x + 12 = (x - 4)(x - 3) = 0$

q(x): $x^2 - 6x + 8 = (x - 4)(x - 2) = 0$

Himpunan penyelesaian dari p(x): P = {4, 3}

Himpunan penyelesaian dari q(x): Q = {4, 2}. Jadi,

$P \cup Q = \{2, 3, 4\}$

Agar $p \vee q$ bernilai benar maka $x \in P \cup Q = \{2, 3, 4\}$ atau dituliskan x = 2, x = 3, atau x = 4.

b. Konjungsi (irisan dua pernyataan)

Misalkan diberikan pernyataan p dan q. Konjungsi dari p dan q merupakan pernyataan majemuk dari p dan q yang dihubungkan dengan kata "dan", yaitu:

konjungsi dari p dan q ditulis $p \wedge q$ (dibaca"p dan q")

Tabel kebenaran dari konjungsi adalah sebagai berikut.

p	q	$p \wedge q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	S

Dari tabel tampak bahwa nilai kebenaran dari p $\wedge$ q hanya benar apabila p benar dan q benar.

Contoh 3.

1. p: Tono tinggal di desa

   q: Tono seorang pedagang

   Maka p $\wedge$ q : Tono tinggal di desa dan Tono seorang pedagang
2. p: 8 > 8

   q: 8 $\geq$ 8

   Maka p $\wedge$ q : 8 > 8 dan 8 $\geq$ 8
3. Tentukan nilai x agar konjungsi $x^2 - 4 = 0$ dan $4 + 3 = 7$ memiliki nilai benar.

   Penyelesaian.

   Misalkan p(x): $x^2 - 4 = 0$ dan q: $4 + 3 = 7$. Jelas bahwa q bernilai benar. Agar konjungsi bernilai benar maka x harus diganti dengan bilangan sehingga p bernilai benar. Penyelesaian dari $x^2 - 4 = 0$ adalah x = 2 atau x = -2. Jadi, agar konjungsi bernilai benar maka nilai x = 2 atau x =-2.

Simbol konjungsi juga digunakan untuk mendefinsikan irisan dua himpunan. Irisan (dilambangkan '$\cap$') dari himpunan A dan B, dinyatakan

$$A \cap B = \{x \mid x \,\varepsilon\, A \wedge x \,\varepsilon\, B\}$$

yang dibaca "A irisan B adalah himpunan x sedemikian hingga x adalah anggota A dan x anggota B".

Contoh 4.

Misalkan p(x): $x^2 - 7x + 12 = 0$ dan q(x): $x^2 - 6x + 8 = 0$ dengan x bilangan real. Tentukan nilai x agar p $\wedge$ q bernilai benar.

Penyelesaian.

Dengan memfaktorkan diperoleh

$$p(x): x^2 - 7x + 12 = (x - 4)(x - 3) = 0$$

$$q(x): x^2 - 6x + 8 = (x - 4)(x - 2) = 0$$

Himpunan penyelesaian dari p(x): P = {4, 3}

Himpunan penyelesaian dari q(x): Q = {4, 2}. Jadi,

$$P \cap Q = \{4\}$$

Agar p $\vee$ q bernilai benar maka x ε $P \cap Q = \{4\}$ atau x = 4.

❑ Penugasan

Identifikasi Disjungsi dan Konjungsi

- Tujuan:

  Mengidentifikasi disjungsi dan konjungsi
- Media:
  - Buku
  - Majalah
  - Koran cetak atau online
- Langkah Penugasan:
  1. Sediakan sebuah buku, majalah, koran baik yang cetak ataupun yang online
  2. Bacalah beberapa artikel
- Pertanyaan:
  1. Apakah terdapat kalimat matematika dalam artikel tersebut? Tuliskan dalam format tabel berikut.

No	Judul artikel	Kutipan artikel yang berupa kalimat	
		Disjungsi	Konjungsi

  2. Apa kesimpulan Anda?

❑ Latihan Soal Unit 3

1. Bentuklah disjungsi pernyataan-pernyataan berikut, kemudian tentukan nilai kebenarannya.

   a. p: 5 + 4 = 9

      q: 9 habis dibagi 2

   b. s: 17 adalah bilangan ganjil

      t: 17 adalah bilangan prima

c. p: matahari terbit di timur

   q: matahari terbenam di barat

2. Diketahui pernyataan p: Hasni lulus ujian

   q: Hasni melanjutkan ke perguruan tinggi

   Nyatakan pernyataan berikut dengan lambang logika matematika

   a. Hasni lulus ujian dan melanjutkan ke perguruan tinggi
   b. Hasni lulus ujian tetapi tidak melanjutkan ke perguruan tinggi
   c. Hasni tidak lulus ujian dan tidak melanjutkan ke perguruan tinggi
   d. Tidak benar bahwa Hasni lulus ujian dan melanjutkan ke perguruan tinggi

3. Diberikan pernyataan p: udara dingin dan q: hujan sedang turun. Berikan kata kerja atau kalimat sederhana dari pernyataan berikut.

   a. $\sim p$
   b. $p \wedge q$
   c. $p \vee q$
   d. $q \vee \sim p$
   e. $\sim p \wedge \sim q$
   f. $\sim(\sim p)$

4. Tentukan nilai x agar kongjungsi berikut benar

   a. $3x - 5 = 4$ dan 3 adalah bilangan prima
   b. $x - 1 = 2x - 9$ dan 4 adalah bilangan genap
   c. $x^3 = 1$ dan 6 adalah bilangan genap

5. Diberikan pernyataan $p(x)$: $x^2 - 10x + 9 = 0$ dan $q(x)$: $x^2 - 17x + 70 = 0$ pada himpunan bilangan asli N.

   a. Tentukan nilai x sehingga $p(x)$ bernilai benar
   b. Tentukan nilai x sehingga $q(x)$ bernilai benar
   c. Tentukan nilai x sehingga $p(x) \vee q(x)$ bernilai benar
   d. Tentukan nilai x sehingga $p(x) \wedge q(x)$ bernilai benar

6. Tentukan nilai x agar disjungsi berikut bernilai benar

   a. $2x + 1 = 7$ atau $3 - 3 \neq 0$
   b. $8 - x^2 = 0$ atau 2 adalah bentuk akar

7. Apabila pernyataan p bernilai benar dan q bernilai salah, tentukan nilai kebenaran dari pernyataan berikut.

   a. $p \vee q$
   b. $\sim p \vee q$
   c. $p \wedge \sim q$
   d. $\sim p \vee \sim q$
   e. $\sim(p \wedge q)$
   f. $\sim(p \vee \sim q)$

Unit 4. Menggunakan Cara Berpikir Implikatif

❑ Uraian Materi

Banyak ungkapan yang bersifat hubungan sebab akibat dan hubungan timbal balik, seperti "Saya terlambat bangun, maka saya terlambat memasuki acara ini", atau "Kesuksesan diperoleh jika dan hanya jika kita bekerja keras dan cerdas". Ungkapan ini merupakan bentuk penggunaan gabungan kalimat dengan kata hubung "jika ...., maka ...." (*implikasi*) dan " .... jika dan hanya jika" (*biimplikasi*).

a. Implikasi (pernyataan bersyarat)

Dari dua pernyataan p dan q dapat dibentuk pernyataan bersyarat atau implikasi dengan menggunakan kata hubung "jika …, maka ….", yaitu:

Jika p, maka q, ditulis $p \Rightarrow q$

Pernyataan tersebut dapat pula dibaca:

a. p menyatakan atau berakibat q
b. p hanya jika q
c. p syarat cukup untuk q
d. q syarat perlu untuk p

Tabel kebenaran dari konjungsi adalah sebagai berikut.

p	q	$p \Rightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

Dari tabel tampak bahwa nilai kebenaran dari $p \Rightarrow q$ hanya salah apabila p benar dan q salah.

Contoh 1.

1. p: Tono tinggal di desa

   q: Tono seorang pedagang

   Maka $p \Rightarrow q$: Jika Tono tinggal di desa, maka Tono seorang pedagang

2. p: $8 > 8$

   q: $8 \geq 8$

   Maka $p \Rightarrow q$: Jika $8 > 8$, maka $8 \geq 8$

3. Tentukan nilai x agar implikasi: jika $x^2 - 4 = 0$, maka $4 + 3 = 7$ memiliki nilai benar.

   Penyelesaian.

   Misalkan p(x): $x^2 - 4 = 0$ dan q: $4 + 3 = 7$. Implikasi tersebut bernilai salah apabila p(x) bernilai benar dan q bernilai salah. Jelas bahwa q bernilai benar. Jadi, berapapun nilai x yang diberikan implikasi tersebut bernilai benar.

4. Tentukan nilai x agar implikasi: jika $x - 4 = 0$, maka 4 adalah bilangan prima bernilai benar

   Penyelesaian.

   Misalkan p(x): $x - 4 = 0$ dan q: 4 adalah bilangan prima. Jika $x \neq 4$, maka p(x) bernilai salah. Jelas bahwa q bernilai salah. Jadi, agar implikasi tersebut bernilai benar, maka p(x) harus bernilai salah, yaitu $x \neq 4$.

Pada implikasi $p \Rightarrow q$, p disebut anteseden (hipotesis) dan q disebut konklusi (kesimpulan). Simbol implikasi juga dapat digunakan untuk mendefinsikan himpunan bagian dari sebuah himpunan. Himpunan A bagian (dilambangkan '$\subset$') dari himpunan B, dinyatakan

$$A \subset B = \{x \mid \forall x \in A \Rightarrow x \in B\}$$

yang dibaca "A bagian dari B adalah himpunan x sedemikian hingga untuk setiap x anggota A, maka x anggota B".

b. Implikasi logis

Sebuah kalimat matematika berbentuk $p(x) \Rightarrow q(x)$ disebut implikasi logis apabila untuk nilai x sehingga p(x) bernilai benar mengakibatkan q(x) bernilai benar pula. Implikasi logis banyak digunakan untuk membuktikan secara langsung berbagai pernyataan matematika seperti pembuktian teorema Pythagoras, aturan sinus dan cosinus, teorema faktor, dan sebagainya.

Contoh 2.

Misalkan p(x): $x > 1$ dan q(x): $x^2 > 1$ dengan x bilangan real. Periksalah apakah $p(x) \Rightarrow q(x)$ merupakan implikasi logis.

Penyelesaian.

Himpunan penyelesaian dari p(x): $P = \{x \mid x > 1\}$. Himpunan penyelesaian dari q(x): $Q = (x \mid x < -1 \text{ atau } x > 1\}$. Ini berarti

$$P \subset Q$$

Akibatnya, untuk setiap nilai x sehingga p(x) bernilai benar mengakibatkan q(x) bernilai benar. Jadi, bentuk $x > 1 \Rightarrow x^2 > 1$ merupakan implikasi logis.

c. Biimplikasi

Dari dua pernyataan p dan q dapat dibentuk pernyataan bikondisional atau biimplikasi dengan menggunakan kata hubung "…. jika dan hanya jika ….", yaitu:

p jika dan hanya jika q, ditulis $p \leftrightarrow q$

Tabel kebenaran dari biimplikasi adalah sebagai berikut.

p	q	$p \leftrightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	B

Dari tabel tampak bahwa nilai kebenaran dari $p \leftrightarrow q$ adalah benar jika keduanya memiliki nilai kebenaran yang sama.

Contoh 3.

1. p: $8 > 8$

   q: $8 \geq 8$

   Maka $p \leftrightarrow q$: $8 > 8$ jika dan hanya jika $8 \geq 8$

2. Tentukan nilai x agar biimplikasi: $x^2 - 4 = 0 \leftrightarrow 4 + 3 = 7$ memiliki nilai benar.

   Penyelesaian.

   Misalkan p(x): $x^2 - 4 = 0$ dan q: $4 + 3 = 7$. biimplikasi tersebut bernilai benar apabila p(x) dan q memiliki nilai kebenaran yang sama. Jelas bahwa q bernilai benar sehingga p(x) harus bernilai benar. Jadi, agar biimplikasi tersebut bernilai benar, maka $x = 2$ atau $x =-2$.

3. Tentukan nilai x agar biimplikasi: $x - 4 = 0$ jika dan hanya jika 4 adalah bilangan prima, memiliki nilai benar.

   Penyelesaian.

   Misalkan p(x): $x - 4 = 0$ dan q: 4 adalah bilangan prima. Jelas bahwa q bernilai salah. Berarti, agar biimplikasi tersebut bernilai benar, maka p(x) harus bernilai salah, yaitu $x \neq 4$.

❑ **Penugasan**

Identifikasi Implikasi dan Biimplikasi

- Tujuan:
  Mengidentifikasi Implikasi dan Biimplikasi
- Media:
  - Buku
  - Majalah
  - Koran cetak atau online
- Langkah Penugasan:
  3. Sediakan sebuah buku, majalah, koran baik yang cetak ataupun yang online
  4. Bacalah beberapa artikel
- Pertanyaan:
  1. Apakah terdapat kalimat matematika dalam artikel tersebut? Tuliskan dalam format tabel berikut.

No	Judul artikel	Kutipan artikel yang berupa kalimat	
		Implikasi	Biimplikasi

  2. Apa kesimpulan Anda?

❑ **Latihan Soal Unit 4**

1. Tentukan nilai kebenaran dari implikasi berikut.
   a. Jika ABCD persegi, maka AB = CD
   b. Jika 5 + 3 > 7, maka 7 adalah bilangan prima
   c. $2 + 3 \neq 7 \Rightarrow 2 + 3 = 4$
2. Carilah nilai x agar implikasi berikut bernilai benar
   a. $2x - 1 = 9 \Rightarrow 4 + 4 = 11$
   b. Jika $x^2 \neq 0$, maka 0 bilangan prima
   c. $x - 1 = 2x - 9$ hanya jika $\sqrt{3}$ merupakan bentuk akar
3. Carilah nilai x agar implikasi berikut bernilai salah
   a. $4x - 2 = 10 \Rightarrow \sqrt{6}$ merupakan bilangan rasional
   b. Jika $x^2 - 3x + 2 = 0$, maka $4 + 6 = 12$
   c. Jika $4 < 7$, maka $x - 5 \neq 1$
4. Tentukan nilai kebenaran implikasi berikut untuk bilangan real.
   a. Jika $x = 4$, maka $x^2 = 16$
   b. Jika $x - 2 = 0$, maka $x^2 + 3x = 3$
   c. Jika $x^2 = 36$, maka $x = 6$
   d. Jika n bilangan genap, maka n + 1 bilangan genap
5. Tentukan nilai x agar biimplikasi berikut bernilai benar
   a. $x - 1 = 3$ jika dan hanya jika $4 > 5$
   b. $x^2 - 1 = 0 \leftrightarrow 1$ bilangan asli
   c. 3 bilangan prima jika dan hanya jika $x^2 - 5x + 6 = 0$
6. Tentukan nilai x agar biimplikasi berikut bernilai salah
   a. $5x - 25 = 0$ jika dan hanya jika 5 bilangan ganjil
   b. $x^2 - 8 > 0 \leftrightarrow 9$ bilangan asli
   c. $\sqrt{3}$ bilangan prima jika dan hanya jika $x^2 - 5x + 6 = 0$
7. Jika pernyataan p dan q bernilai benar, sedangkan pernyataan r dan s bernilai salah, tentukan nilai kebenaran dari:
   a. $p \Rightarrow q$
   b. $q \Rightarrow r$
   c. $r \Rightarrow p$
   d. $s \Rightarrow p$
   e. $\sim p \Rightarrow \sim q$
   f. $p \Rightarrow \sim s$

Unit 5. Menggunakan Cara Berpikir Kesetaraan Logis

❑ Uraian Materi

Cara termudah untuk memeriksa kebenaran suatu pernyataan atau kalimat terbuka (*proposisi*) terhadap variabel-variabelnya adalah menggunakan tabel kebenaran. Jumlah baris dalam tabel kebenaran ditentukan oleh jumlah kombinasi variabel atau pernyataan yang terlibat. Misalnya, kombinasi untuk dua pernyataan p dan q adalah $2^2 = 4$ buah sehingga tabel kebenarannya memiliki 4 baris, tiga pernyataan p, q, dan r memiliki $2^3 = 8$ kombinasi sehingga tabel kebenarannya memiliki 8 baris.

Contoh 1.

Perhatikan negasi, disjungsi, konjungsi, implikasi dan biimplikasi yang ditulis dalam satu tabel kebenaran berikut.

Pernyataan		Konjungsi	Disjungsi	Implikasi	Biimplikasi	Negasi	
p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	~p	~q
B	B	B	B	B	B	S	S
B	S	S	B	S	S	S	B
S	B	S	B	B	S	B	S
S	S	S	S	B	B	B	B

Dengan menggunakan tabel kebenaran, kita juga dapat menentukan kebenaran pernyataan majemuk atau hubungan antara pernyataan majemuk. Pada bagian ini, akan dibahas pernyataan-pernyataan yang secara logis ekivalen. Prinsip ini banyak digunakan untuk membuktikan teorema-teorema dalam matematika.

a. Disjungsi dan konjungsi

Misalkan diberikan pernyataan p dan q. Perhatikan tabel kebenaran yang terkait dengan negasi konjungsi berikut.

1	2	3	4	5	6	7
p	q	~p	~q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
B	B	S	S	B	S	S
B	S	S	B	S	B	B
S	B	B	S	S	B	B
S	S	B	B	S	B	B

Pada kolom 6 dan 7 pernyataan-pernyataan tersebut memiliki nilai kebenaran yang sama. Kita katakan, pernyataan $\sim(p \wedge q)$ dan $\sim p \vee \sim q$ secara logis ekivalen atau setara. Kita tulis

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

Dengan kata lain, untuk membuktikan kebenaran dari $\sim(p \wedge q)$ kita cukup membuktikan kebenaran dari $\sim p \vee \sim q$ atau sebaliknya.

Perhatikan tabel kebenaran terkait dengan negasi disjungsi berikut.

1	2	3	4	5	6	7
p	q	~p	~q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$
B	B	S	S	B	S	S
B	S	S	B	B	S	S
S	B	B	S	B	S	S
S	S	B	B	S	B	B

Pada kolom 6 dan 7 pernyataan-pernyataan tersebut memiliki nilai kebenaran yang sama. Kita katakan, pernyataan $\sim(p \vee q)$ dan $\sim p \wedge \sim q$ secara logis ekivalen atau setara. Kita tulis

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

Dengan kata lain, untuk membuktikan kebenaran dari $\sim(p \vee q)$ kita cukup membuktikan kebenaran dari $\sim p \wedge \sim q$ atau sebaliknya.

Contoh 2.

Tentukan negasi dari :

a. Hari ini hujan dan udara dingin
b. 2 + 3 = 6 atau 7 bukan bilangan prima
c. Semua peserta tidak beragam

Penyelesaian.

a. Negasinya adalah: tidak benar bahwa hari ini hujan dan udara dingin atau hari ini tidak hujan atau udara tidak dingin
b. Negasinya adalah: $2 + 3 \neq 6$ dan 7 bilangan prima
c. Negasinya adalah: tidak benar bahwa semua peserta tidak beragam

b. Implikasi dan biimplikasi

Misalkan diberikan pernyataan p dan q. Perhatikan tabel kebenaran yang terkait dengan negasi implikasi berikut.

1	2	3	4	5	6	7
p	q	~p	~q	$p \Rightarrow q$	$\sim q \Rightarrow \sim p$	$\sim p \vee q$
B	B	S	S	B	B	B
B	S	S	B	S	S	S
S	B	B	S	B	B	B
S	S	B	B	B	B	B

Pada kolom 5, 6 dan 7 pernyataan-pernyataan tersebut memiliki nilai kebenaran yang sama. Jadi pernyataan-pernyataan tersebut secara logis ekivalen atau setara. Kita tulis

$$p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p \equiv \sim p \vee q$$

Dengan kata lain, untuk membuktikan kebenaran dari $p \Rightarrow q$ kita cukup membuktikan kebenaran dari $\sim q \Rightarrow \sim p$ atau kebenaran dari $\sim p \vee q$, dan sebaliknya.

Perhatikan tabel kebenaran terkait dengan negasi biimplikasi berikut.

1	2	3	4	5	6
p	q	~p	~q	$p \leftrightarrow q$	$\sim p \leftrightarrow \sim q$
B	B	S	S	B	B
B	S	S	B	S	S
S	B	B	S	S	S
S	S	B	B	B	B

Pada kolom 5 dan 6 pernyataan-pernyataan tersebut memiliki nilai kebenaran yang sama. Kita katakan, pernyataan $p \leftrightarrow q$ dan $\sim p \leftrightarrow \sim q$ secara logis ekivalen atau setara. Kita tulis

$$p \leftrightarrow q \equiv \sim p \leftrightarrow \sim q$$

Dengan kata lain, untuk membuktikan kebenaran dari $p \leftrightarrow q$ kita cukup membuktikan kebenaran dari $\sim p \leftrightarrow \sim q$ atau sebaliknya.

Contoh 3.

Tentukan pernyataan yang ekivalen dengan pernyataan berikut.

a. Jika $4 + 1 > 3$, maka $3^2 = 9$
b. Jika ada liburan, maka semua orang senang
c. Liburan batal jika dan hanya jika ada kerja bakti

Penyelesaian.

a. Jika $4 + 1 > 3$, maka $3^2 = 9$ $\equiv$ jika $3^2 \neq 9$, maka $4 + 1 \leq 3$
$\equiv 4 + 1 \leq 3$ atau $3^2 = 9$

b. Jika ada liburan, maka semua orang senang
$\equiv$ jika tidak semua orang senang, maka tidak ada liburan
$\equiv$ tidak ada liburan atau semua orang senang

c. Liburan batal jika dan hanya jika ada kerja bakti
$\equiv$ Liburan tidak batal jika dan hanya jika tidak ada kerja bakti

❑ Latihan Soal Unit 5

1. Buatlah tabel kebenaran dari pernyataan berikut.
   a. $\sim p \wedge q$
   b. $\sim(p \Rightarrow \sim q)$
   c. $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$
   d. $\sim(p \wedge q) \vee \sim(q \leftrightarrow p)$
2. Dengan menggunakan tabel kebenaran, tunjukkan bahwa:
   a. negasi dari $\sim p \wedge q$ adalah $p \wedge -q$
   b. negasi dari $p \vee \sim q$ adalah $\sim p \wedge -q$
   c. negasi dari $p \Rightarrow \sim q$ adalah $p \wedge q$
3. Tentukan negasi dari:
   a. Lely cantik dan cerdas
   b. Ibu pergi ke pasar atau ke toko
   c. Semua penduduk senang atau bertepuk tangan
4. Tentukan negasinya, kemudian tentukan nilai kebenarannya.
   a. 2 adalah bilangan genap dan 2 bilangan prima
   b. $3 + 5 < 6$ dan $7 > 6$
   c. $4 + 6 = 10$ atau $10 – 5 = 4$
   d. $9 \geq 7$
   e. $x^2 – 9 =$ jika dan hanya jika $x = -3$ atau $x = 3$
   f. $x^2 – 2x = 0$ jika dan hanya jika $x = 0$
5. Tunjukkan yang berikut ini melalui tabel kebenaran.
   a. $p \wedge p \equiv p$
   b. $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

Unit 6. Konvers, Invers dan Kontraposisi

❑ Uraian Materi

Untuk membuktikan kebenaran dari sebuah implikasi, dapat pula ditunjukkan kebenaran dari pernyataan majemuk konvers, invers atau kontraposisinya. Misalkan diberikan implikasi $p \Rightarrow q$. Maka, kita dapat membentuk implikasi:

(1) $q \Rightarrow p$, yang disebut *konvers* dari $p \Rightarrow q$

(2) $\sim p \Rightarrow \sim q$, yang disebut *invers* dari $p \Rightarrow q$

(3) $\sim q \Rightarrow \sim p$, yang disebut *kontraposisi* dari $p \Rightarrow q$

Tabel kebenaran dari implikasi-implikasi tersebut adalah:

Pernyataan		Negasi		implikasi	Konvers	invers	Kontraposisi
1	2	3	4	5	6	7	8
p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$\sim p \Rightarrow \sim q$	$\sim q \Rightarrow \sim p$
B	B	S	S	B	B	B	B
B	S	S	B	S	B	B	S
S	B	B	S	B	S	S	B
S	S	B	B	B	B	B	B

Tampak bahwa kolom 5 dan 8 memiliki nilai kebenaran yang sama. Implikasi ekivalen dengan kontraposisinya, yaitu:

$$p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$

Dengan kata lain, untuk membuktikan kebenaran dari implikasi $p \Rightarrow q$ kita cukup membuktikan nilai kebenaran dari kontraposisinya yang berbentuk $\sim q \Rightarrow \sim p$ atau sebaliknya.

Contoh 1.

Tentukan invers, konvers dan kontraposisi dari $p \Rightarrow (p \wedge q)$

Penyelesaian.

Dari implikasi $p \Rightarrow (p \wedge q)$, maka :

Konversnya : $(p \wedge q) \Rightarrow p$

Inversnya : $\sim p \Rightarrow \sim(p \wedge q)$ atau ekivalen dengan $\sim p \Rightarrow \sim p \vee \sim q$

Kontraposisinya : $\sim(p \wedge q) \Rightarrow \sim p$ atau ekivalen dengan $(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow \sim p$

❑ Latihan Soal Unit 6

1. Tentukan konvers, invers dan kontraposisi dari implikasi berikut.
   a. jika $3 + 4 = 7$ maka 7 adalah bilangan ganjil
   b. jika garis AC tegak lurus garis BD maka ABCD adalah layang-layang
   c. jika x bilangan genap, maka x^2 bilangan genap
   d. jika $x < 0$ maka $x^2 > 0$
2. Tentukan konvers, invers dan kontraposisi dari implikasi berikut.
   a. jika saya lulus, maka saya akan mengadakan syukuran
   b. jika gaji pegawai naik, maka harga barang naik
   c. jika lalu lintas macet, maka saya datang terlambat
3. Tentukan konvers, invers dan kontraposisi dari implikasi berikut.
   a. $p \Rightarrow \sim q$
   b. $p \Rightarrow (q \vee \sim p)$
   c. $\sim(q \wedge \sim p) \Rightarrow \sim q$
4. Tunjukkan $p \wedge q$ secara logis menyatakan $p \leftrightarrow q$

Unit 7. Menggunakan Cara Berpikir Tautologi dan Kontradiktif

❑ Uraian Materi

Tautologi adalah pernyataan majemuk yang memiliki nilai kebenaran *selalu benar*. Sedangkan, kontradiksi adalah pernyataan majemuk yang memiliki nilai kebenaran *selalu salah*. Tautologi dan kontradiksi banyak digunakan untuk membuktikan berbagai teorema dalam matematika. Kita dapat menggunakan tabel kebenaran untuk memeriksa apakah sebuah pernyataan merupakan tautologi, kontradiksi atau lainnya.

Contoh 1.

Apakah pernyataan berikut merupakan tautologi atau kontradiksi.

a. $[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow p$

b. $\sim(p \vee q) \wedge p$

Penyelesaian.

a. Dengan menggunakan tabel kebenaran diperoleh

P	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge p$	$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow p$
B	B	B	B	B
B	S	S	S	B
S	B	B	S	B
S	S	B	S	B

Jadi, $[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow p$ merupakan tautologi.

b. Dengan menggunakan tabel kebenaran diperoleh

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim(p \vee q) \wedge p$
B	B	B	S	S
B	S	B	S	S
S	B	B	S	S
S	S	S	B	S

Jadi, $\sim(p \vee q) \wedge p$ merupakan kontradiksi.

❑ Latihan Soal Unit 7

1. Selidiki apakah pernyataan berikut merupakan kontradiksi, tautologi atau lainnya.
   a. $p \vee \sim p$
   b. $p \wedge \sim p$
   c. $(p \Rightarrow q) \wedge p$
   d. $p \vee \sim(q \wedge p)$
   e. $(p \wedge \sim q) \leftrightarrow p$
   f. $(\sim p \wedge q) \Rightarrow p$
   g. $\sim(p \wedge \sim q)$
   h. $p \Rightarrow (q \vee \sim q)$
   i. $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (q \Rightarrow r)$
   j. $(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$
2. Apabila pernyataan $\sim p \vee q$ sebuah tautologi, tunjukkan bahwa:
   a. $p \wedge \sim q$ sebuah kontradiksi
   b. $p \Rightarrow q$ sebuah tautologi

Unit 8. Menggunakan Cara Berpikir Eksistensial

❑ Uraian Materi

Dalam bahasa sehari-hari kita sering menggunakan kata ”setiap”, ”semua”, ”terdapat”, atau ”ada”, yang digunakan untuk eksistensi atau ada tidaknya sesuatu. Misalnya, ” ada orang yang tidak masuk kerja hari ini”, ” setiap warga negara wajib memiliki KTP”, dan sebagainya. Dalam matematika, konsep ini dikenal dengan *kuantor* (atau *quantifier*, pengukur jumlah). Terdapat dua jenis kuantor, yaitu:

a. Kuantor universal

Pernyataan yang dilambangkan

$$\forall x \, \varepsilon \, A, \, p(x)$$

yang dibaca ”untuk setiap atau untuk semua x dalam A berlaku pernyataan p(x)”. Artinya, untuk setiap elemen x dalam A, maka p(x) adalah pernyataan yang benar.

b. Kuantor eksistensial

Pernyataan yang dilambangkan

$$\exists \, x \, \varepsilon \, A, \, p(x)$$

yang dibaca ”terdapat x dalam A sehingga berlaku pernyataan p(x)”. Artinya, terdapat elemen x dalam A sehingga p(x) pernyataan yang benar.

Kata ’terdapat ’ dapat berarti ’beberapa’, ’ada’, atau ’paling sedikit satu’

Walaupun p(x) adalah kalimat terbuka, namun adanya simbol kuantor di depannya mengakibatkan kuantor menjadi sebuah pernyataan yang memiliki nilai kebenaran.

Contoh 1.

1. $\forall n \, \varepsilon \, N, \, n + 4 > 3$ di mana N himpunan bilangan asli adalah pernyataan yang benar, yaitu untuk setiap n bilangan asli berlaku $n + 4 > 3$
2. $\exists n \, \varepsilon \, N, \, n + 6 < 4$ di mana N himpunan bilangan asli adalah pernyataan yang salah karena $\{n \text{ bilangan asli} \mid n + 6 < 4\} = \phi$ = himpunan kosong
3. $\exists n \, \varepsilon \, N, \, n + 4 < 7$ di mana N himpunan bilangan asli adalah pernyataan yang benar karena $\{n \text{ bilangan asli} \mid n + 4 < 7\} = \{1, 2\} \neq \phi$

Negasi dari kuantor

Negasi dari pernyataan ”semua orang laki-laki adalah orang yang garang” adalah ”tidak benar bahwa semua orang laki-laki adalah orang yang garang” atau ekivalen dengan ”terdapat paling sedikit seorang laki-laki yang tidak garang”. Apabila x orang laki-laki dan p(x) orang yang garang, maka dapat dituliskan

$$\sim(\forall \, x, \, p(x)) \equiv \exists \, x, \, \sim p(x)$$

Jadi dapat dinyatakan:

$$\sim(\forall \, x \, \varepsilon \, A, \, p(x)) \equiv \exists \, x \, \varepsilon \, A, \, \sim p(x)$$

$$\sim(\exists \, x \, \varepsilon \, A, \, p(x)) \equiv \forall \, x \, \varepsilon \, A, \, \sim p(x)$$

Sifat kesetaraan ini banyak digunakan untuk membuktikan berbagai teorema dalam matematika yang dikenal dengan pembuktian melalui contoh penyangkal (*counter example*).

Contoh 2.

Tunjukkan bahwa pernyataan $\forall \, x, \, x^2 > x$ tidak benar.

Penyelesaian.

Kita harus tunjukkan $\exists \, x, \, x^2 \leq x$ bernilai benar. Ambil $x = 1$, maka $1^2 \leq 1$ adalah benar. Jadi pernyataan $\forall \, x, \, x^2 > x$ adalah tidak benar.

❑ Latihan Soal Unit 8

1. Periksalah apakah pernyataan berikut kuantor universal, kuantor eksistensial, atau lainnya. Kemudian tentukan nilai kebenarannya.
   a. semua anjing berkaki empat
   b. beberapa bilangan prima adalah genap
   c. kuadrat setiap bilangan real adalah non negatif
   d. setiap persegi adalah persegi panjang
   e. setiap bilangan dengan angka satuan nol habis dibagi 5
2. Tentukan negasi pernyataan berikut.
   a. semua pria adalah petualang
   b. untuk setiap bilangan real x berlaku $x^2 + 2$ adalah positif
   c. beberap orang menganggap matematika itu sulit
   d. terdapat bilangan x sehingga $x + 3 > 1$
   e. tidak ada anjing yang mirip kucing
3. Tentukan nilai kebenarannya (himpunan yang digunakan adalah bilangan real).
   a. $\forall \, x, \, |x| = x$
   b. $\exists \, x, \, x^2 = x$
   c. $\forall \, x, \, x + 1 > x$
   d. $\exists \, x, \, x + 1 = x$

Tentukan negasi dari setiap pernyataan di atas, kemudian tentukan nilai kebenarannya.

4. Tentukan negasi pernyataan berikut.
   a. jika ada huru hara maka seseorang akan terbunuh
   b. hari sudah siang dan semua orang sudah bangun
5. tentukan negasi dari pernyataan berikut.
   a. $\forall$ x, p(x) $\wedge$ $\exists$ x, q(x)
   b. $\exists$ y, p(y) $\Rightarrow$ $\forall$ x, ~q(x)

Unit 9. Pembuktian dan Penarikan Kesimpulan

❑ Uraian Materi

Dalam membuktikan dalil atau teorema, kebenarannya harus ditunjukkan sebagai akibat logis dari pernyataan sebelumnya yang sudah benar, yaitu menggunakan serangkaian argumen atau premis berdasarkan prinsip logika. Pada bagian ini akan dibahas beberapa prinsip penarikan kesimpulan melalui tautologi, yaitu silogisme, modus ponens dan modus tolens, yang selalu menghasilkan pernyataan yang benar. Validitas atau keabsahan silogisme tersebut dapat ditunjukkan melalui tabel kebenaran yang menghasilkan sebuah tautologi.

a. Silogisme

Misalkan diberikan premis p $\Rightarrow$ q dan q $\Rightarrow$ r, maka dapat ditarik kesimpulan bahwa p $\Rightarrow$ r. Dalam bentuk implikasi dapat dituliskan

$$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

Contoh 1.

Diberikan premis

Jika x bilangan ganjil, maka 2x bilangan genap

Jika 2x bilangan genap, maka 2x + 1 bilangan ganjil

Tentukan kesimpulannya.

Penyelesaian.

Premis yang diberikan merupakan premis untuk silogisme. Jadi dapat disimpulkan bahwa

Jika x bilangan ganjil, maka 2x + 1 bilangan ganjil

b. Modus ponens

Misalkan diberikan premis p $\Rightarrow$ q dan p, maka dapat ditarik kesimpulan menjadi p. Dalam bentuk implikasi dapat dituliskan

$$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow p$$

Contoh 2.

Diberikan premis

Jika 2 + 4 = 6, maka 6 > 2

2 + 4 = 6

Tentukan kesimpulannya.

Penyelesaian.

Premis yang diberikan merupakan premis untuk modus ponens. Jadi dapat disimpulkan bahwa

$6 > 2$

c. Modus tolens

Misalkan diberikan premis $p \Rightarrow q$ dan $\sim q$, maka dapat ditarik kesimpulan menjadi $\sim p$. Dalam bentuk implikasi dapat dituliskan

$$[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p$$

Contoh 3.

Diberikan premis

Jika hari hujan, maka Ali membawa payung

Ali tidak membawa payung

Tentukan kesimpulannya.

Penyelesaian.

Premis yang diberikan merupakan premis untuk modus tolens. Jadi dapat disimpulkan bahwa:

Hari tidak hujan

❑ Latihan Soal Unit 9

1. Tentukan tabel kebenaran dari implikasi berbentuk:
   a. silogisme
   b. modus ponens
   c. modus tolens
2. Tentukan kesimpulan dari premis-premis berikut.
   a. jika $x \in R$ dan $x^2 - 4 = 0$, maka $(x - 2)(x + 2) = 0$
      jika $(x - 2)(x + 2) = 0$, maka $x = 2$ atau $x = -2$
   b. jika tim sepak bola menang, maka pemainnya mendapatkan bonus
      tim sepak bola menang
   c. jika harga naik, maka permintaan turun
      permintaan tidak turun
3. Selidikilah keabsahan penarikan kesimpulan berikut.
   a. jika tim sepak bola menang, maka pemainnya mendapat bonus
      tim sepak bola tidak menang. Kesimpulan: Pemain tidak mendapat bonus
   b. jika segi empat adalah jajar genjang, maka diagonal-diagonalnya saling berpotongan sama panjang. ABCD adalah jajar genjang. Kesimpulan: diagonanl AC dan BD saling berpotongan sama panjang
   c. jika hari Minggu, maka saya lari pagi
      saya tidak lari pagi. Kesimpulan: Hari Minggu
   d. jika $ab = 0$, maka $a = 0$ atau $b = 0$
      $a \neq 0$ dan $b \neq 0$. Kesimpulan: $ab \neq 0$
   e. jika n bilangan prima lebih dari 3, maka $(n + 1)(n - 1)$ habis dibagi 24
      59 adalah bilangan prima lebih dari 3. Kesimpulan: 3480 habis dibagi 24
4. Selidikilah keabsahan penarikan kesimpulan berikut.

a.	$p \Rightarrow q$ $\sim p$ --------- $\therefore \sim p$	d.	$\sim p \wedge r$ $\sim p$ --------- $\therefore q$
b.	$p \Rightarrow \sim q$ q --------- $\therefore \sim p$	e.	$p \leftrightarrow q$ $\sim p$ --------- $\therefore \sim q$
c.	$p \Rightarrow q$ $r \Rightarrow \sim q$ --------- $\therefore p \Rightarrow \sim r$	f.	$p \vee q$ $\sim q$ --------- $\therefore p$

Unit 10. Pembuktian

❑ Uraian Materi

Proses pembuktian dapat dilakukan secara langsung seperti bukti melalui silogisme, modus ponens, modus tolens, atau bentuk implikasi lainnya. Bukti lainnya adalah dengan menggunakan bukti tidak langsung seperti melalui kontradiksi, kontraposisi, contoh penyangkal atau bentuk ekivalensi logis lainnya.

Contoh 1.

Jika a, b bilangan real, buktikan bahwa $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Bukti.

Kita dapat membuktikan secara langsung melalui bentuk implikasi berikut.

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= (a + b)(a + b)\\ &= a(a + b) + b(a + b)\\ &= a^2 + ab + ba + b^2\\ &= a^2 + 2ab + b^2.\end{aligned}$$

Contoh 2.

Apabila n bulat tunjukkan bahwa jika n^2 ganjil, maka n ganjil

Bukti.

Kita dapat membuktikan secara tidak langsung melalui kontradiksi berikut.

Misal p: n^2 ganjil dan q: n ganjil, maka

$$\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

Negasi dari "jika n^2 ganjil, maka n ganjil" ekivalen dengan "n^2 ganjil dan n bukan ganjil". Ini berarti "n^2 ganjil dan n genap". Pernyataan ini merupakan pernyataan salah (kontradiksi). Jadi, negasi dari "jika n^2 ganjil, maka n ganjil" bernilai salah. Akibatnya, pernyataan

jika n^2 ganjil, maka n ganjil

bernilai benar.

Induksi matematika

Salah satu pembuktian lainnya dalam matematika adalah melalui induksi matematika. Misalkan, *P(n)* adalah pernyataan tentang bilangan asli *n*. Kebenaran *P(n)* untuk semua bilangan asli *n* dibuktikan dengan cara menunjukkan bahwa:

1. *P(1)* benar
2. Andaikan *P(n)* benar, maka *P(n+1)* juga benar

Contoh 3.

Tunjukkan bahwa $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n = \frac{1}{2}n(n + 1)$

Bukti.

Kita dapat membuktikan melalui induksi matematika sebagai berikut.

Misalkan p(n): $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n = \frac{1}{2}n(n + 1)$

Untuk n = 1, p(1): $1 = \frac{1}{2}(1)(1 + 1) = 1$ (terbukti)

Andaikan $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n = \frac{1}{2}n(n + 1)$ benar. Kita harus menunjukkan bahwa $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n + n + 1 = \frac{1}{2}(n + 1)(n + 1 + 1) = \frac{1}{2}(n + 1)(n + 2)$, yaitu dengan mengganti n dengan n + 1. Dari ruas kiri diperoleh

$$\begin{aligned}1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n + n + 1 &= \tfrac{1}{2}n(n + 1) + n + 1\\ &= (n + 1)(\tfrac{1}{2}n + 1)\\ &= (\tfrac{1}{2}n + 1)(n + 1)\\ &= \tfrac{1}{2}(n + 2)(n + 1)\\ &= \tfrac{1}{2}(n + 1)(n + 2) \quad \text{(terbukti)}\end{aligned}$$

❑ Latihan Soal Unit 10

1. Buktikan bahwa jumlah sudut-sudut dalam segitiga adalah 180^0.
2. Buktikan kuadrat setiap bilangan ganjil adalah ganjil
3. Buktikan titik $(ap^2, 2ap)$ untuk setiap bilangan real p, terletak pada kurva $y^2 = 4ax$.
4. Buktikan bahwa $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.
5. Buktikan bahwa untuk setiap bilangan real x, jika $x^2 > 0$, maka $x < -1$ atau $x > 1$
6. Tunjukkan bahwa $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + 2n - 1 = n^2$.
7. Tunjukkan bahwa $1 + 2 + 4 + 8 + \ldots + 2^{n-1} = 2^n - 1$
8. Buktikan bahwa untuk a, b bulat, jika ab genap maka a atau b genap
9. Buktikan bahwa kuadrat bilangan genap adalah genap
10. Tunjukkan bahwa jika $ab < 0$ dan $a < 0$ maka $b > 0$

Rangkuman

1. **Pernyataan (*statement*)** adalah kalimat matematika (***ekspresi***) yang memiliki nilai kebenaran yaitu bernilai benar atau bernilai salah, tetapi tidak keduanya.
2. **Kalimat terbuka** adalah kalimat matematika yang belum memiliki nilai kebenaran. Kalimat matematika akan menjadi pernyataan setelah variabelnya diganti dengan nilai tertentu
3. **Ingkaran** atau **negasi** dari pernyataan p adalah “tidak benar bahwa p”, dan ditulis dengan ~p. Nilai kebenaran dari ~p berlawanan dengan p
4. **Disjungsi** atau **gabungan pernyataan** dari p dan q merupakan pernyataan majemuk dari p dan q yang dihubungkan dengan kata ”atau” yang memiliki arti ”dan/atau”, ditulis $p \vee q$ (dibaca”p atau q”). Nilai kebenaran dari $p \vee q$ hanya salah apabila p salah dan q salah.
5. **Konjungsi** atau **irisan pernyataan** dari p dan q merupakan pernyataan majemuk dari p dan q yang dihubungkan dengan kata ”dan”, ditulis $p \wedge q$ (dibaca”p dan q”). Nilai kebenaran dari $p \wedge q$ hanya benar apabila p benar dan q benar.
6. Dari dua pernyataan p dan q dapat dibentuk **pernyataan bersyarat** atau **implikasi** dalam bentuk jika p, maka q, ditulis $p \Rightarrow q$. Cara lain untuk membacanya adalah p menyatakan atau berakibat q, p hanya jika q, p syarat cukup untuk q, atau q syarat perlu untuk p. Nilai kebenaran dari $p \Rightarrow q$ hanya salah apabila p benar dan q salah.
7. Dari dua pernyataan p dan q dapat dibentuk **pernyataan bikondisional** atau **biimplikasi** dalam bentuk p jika dan hanya jika q, ditulis $p \leftrightarrow q$. Nilai kebenaran biimplikasi adalah benar jika p dan q memiliki nilai kebenaran yang sama.
8. Metode pembuktian dalam matematika.
   a. Pembuktian melalui **implikasi logis**

      Sebuah kalimat matematika berbentuk $p(x) \Rightarrow q(x)$ disebut implikasi logis apabila untuk nilai x sehingga p(x) bernilai benar mengakibatkan q(x) bernilai benar pula.

   b. Pembuktian dengan pernyataan-pernyataan yang secara **logis ekivalen**
      (1) Apabila $p(x) \Rightarrow q(x)$ dan untuk nilai x sehingga p(x) bernilai benar mengakibatkan q(x) bernilai benar.
      (2) Apabila $\sim(p \wedge q)$ bernilai benar, maka $\sim p \vee \sim q$ bernilai benar dan sebaliknya. Ditulis $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
      (3) Apabila $\sim(p \vee q)$ bernilai benar, maka $\sim p \wedge \sim q$ bernilai benar dan sebaliknya. Ditulis $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$
      (4) Apabila $p \Rightarrow q$ bernilai benar, maka $\sim q \Rightarrow \sim p$ (kontraposisi $p \Rightarrow q$) dan $\sim p \vee q$ bernilai benar dan sebaliknya.
      Ditulis $p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p \equiv \sim p \vee q$
      (5) Apabila $p \Leftrightarrow q$ bernilai benar, maka $\sim p \Leftrightarrow \sim q$ bernilai benar dan sebaliknya. Ditulis $p \Leftrightarrow q \equiv \sim p \Leftrightarrow \sim q$

   c. Pembuktian melalui **tautologi** (pernyataan majemuk yang selalu benar)
      (1) **Silogisme**

      Misalkan diberikan premis $p \Rightarrow q$ dan $q \Rightarrow r$, maka dapat ditarik kesimpulan bahwa $p \Rightarrow r$, yaitu: $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

      (2) **Modus ponens**

      Misalkan diberikan premis $p \Rightarrow q$ dan p, maka dapat ditarik kesimpulan menjadi p, yaitu: $[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow p$

      (3) **Modus tolens**

      Misalkan diberikan premis $p \Rightarrow q$ dan ~q, maka dapat ditarik kesimpulan menjadi ~p, yaitu: $[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p$

   d. Pembuktian melalui **kontradiksi** (pernyataan yang selalu salah)
   e. Pembuktian melalui **kuantor universal**

      $\forall x \, \varepsilon \, A$, p(x) yang dibaca ”untuk setiap atau untuk semua x dalam A berlaku pernyataan p(x)”. Artinya, untuk setiap elemen x dalam A, maka p(x) adalah pernyataan yang benar

   f. Pembuktian melalui **kuantor eksistensial**

      $\exists x \, \varepsilon \, A$, p(x) yang dibaca ”terdapat x dalam A sehingga berlaku pernyataan p(x)”. Artinya, terdapat elemen x dalam A sehingga p(x) pernyataan yang benar

   g. Pembuktian melalui **contoh penyangkal**

      Apabila $\sim(\forall x, p(x))$ bernilai benar, maka $\exists x, \sim p(x)$ bernilai benar dan sebaliknya. Ditulis, $\sim(\forall x, p(x)) \equiv \exists x, \sim p(x)$

   h. Pembuktian melalui **induksi matematika**

      Misalkan, *P(n)* adalah pernyataan tentang bilangan asli *n*. Kebenaran *P(n)* untuk semua bilangan asli *n* dibuktikan dengan cara menunjukkan bahwa

      (1) *P(1)* benar
      (2) Andaikan *P(n)* benar, maka *P(n+1)* juga benar

Saran Referensi

Betz, William, Ginn and Company. 1951. *Everyday Algebra for Elementary Course.* New York.

Kemdikbud. 2016. *Buku teks pelajaran Kurikulum 2013 kelas XI SMA.* Jakarta: Kemdikbud.

Kunci Jawaban dan Pembahasan

❑ Latihan Soal Unit 1

1. Pernyataan benar
2. Pernyataan salah
3. Pernyataan salah
4. Kalimat terbuka
5. Kalimat terbuka
6. Pernyataan benar
7. Bukan pernyataan
8. Bukan pernyataan
9. Bukan pernyataan
10. Pernyataan salah

❑ Latihan Soal Unit 2

1. a. Tidak benar bahwa terdapat 12 hari dalam satu tahun
   b. Tidak benar bahwa 87 adalah bilangan ganjil, atau 87 bukan bilangan ganjil
   c. Tidak benar bahwa $3 + 2 – 1 = 4$, atau $3 + 2 – 1 \neq 4$
   d. Tidak benar bahwa $y + 7 = 6$, atau $y + 7 \neq 6$
   e. Tidak benar bahwa sebuah bilangan ditambah tiga hasilnya tujuh, atau sebuah bilangan ditambah tiga hasilnya tidak sama dengan tujuh
   f. Tidak benar bahwa $2n + 1$ adalah bilangan genap untuk n bilangan asli, atau $2n + 1$ bukan bilangan genap untuk n bilangan asli
   g. Tidak benar bahwa untuk setiap bilangan bulat x, $x < 2x + 1$, atau untuk setiap bilangan bulat x, $x \geq 2x + 1$
   h. Tidak benar bahwa semua ikan bernapas dengan insang, atau terdapat ikan yang bernapas tidak dengan insang
2. a. Tidak benar bahwa 2 adalah bilangan prima, atau 2 bukan bilangan prima. Nilai ingkaran salah.
   b. Tidak benar bahwa $3^2 + 5 = 11$, atau $3^2 + 5 \neq 11$. Nilai ingkaran benar.
   c. Tidak benar bahwa Jakarta terletak di Jawa Barat, atau Jakarta tidak terletak di Jawa Barat. Nilai ingkaran benar.
   d. Tidak benar bahwa $3 + 4 \geq 7$, atau $3 + 4 < 7$. Nilai ingkaran salah.
   e. Tidak benar bahwa untuk semua $x \in R$, maka $x^2 – x +3 > 0$, atau terdapat $x \in R$, maka $x^2 – x +3 \leq 0$. Nilai ingkaran salah.

❑ Latihan Soal Unit 3

1. Bentuklah disjungsi pernyataan-pernyataan berikut, kemudian tentukan nilai kebenarannya.
   a. p: $5 + 4 = 9$ adalah benar.
      q: 9 habis dibagi 2 adalah salah.
      Jadi $p \vee q$: $5 + 4 = 9$ atau 9 habis dibagi 2 adalah benar
   b. s: 17 adalah bilangan ganjil adalah benar
      t: 17 adalah bilangan prima adalah salah
      Jadi $s \vee t$: 17 adalah bilangan ganjil atau 17 adalah bilangan prima adalah benar
   c. p: matahari terbit di timur adalah benar
      q: matahari terbenam di barat adalah salah
      Jadi $p \vee q$: matahari terbit di timur atau matahari terbenam di barat adalah benar
2. a. $p \wedge q$
   b. $p \wedge {\sim}q$
   c. ${\sim}p \wedge {\sim}q$
   d. ${\sim}(p \wedge q)$
3. a. Udara tidak dingin
   b. Udara dingin dan hujan sedang turun
   c. Udara dingin atau hujan sedang turun
   d. Hujan sedang turun atau udara tidak dingin
   e. Udara tidak dingin dan hujan tidak turun
   f. Udara dingin
4. a. $3x – 5 =4$, maka $3x = 9$ sehingga $x = 3$
   b. $x – 1 = 2x – 9$, maka $x = 8$
   c. $x = 1$ atau $x = -1$
5. a. $x^2 – 10x + 9 = 0$, maka $(x – 9)(x – 1) = 0$. Jadi, $x = 9$ atau $x = 1$ yang merupakan bilangan asli. Agar p(x) benar, $x = 9$ atau $x = 1$.

b. $x^2 - 17x + 70 = 0$, maka $(x - 7)(x - 10) = 0$. Jadi, x = 7 atau x = 10 yang merupakan bilangan asli. Agar q(x) benar, x = 7 atau x = 10

c. $x^2 - 10x + 9 = 0$ atau $x^2 - 17x + 70 = 0$. Jadi, x = 9 atau x = 1 atau x = 7 atau x = 10 yang merupakan bilangan asli. Agar $p(x) \vee q(x)$ benar, maka x = 9 atau x = 1 atau x = 7 atau x = 10

d. $x^2 - 10x + 9 = 0$ dan $x^2 - 17x + 70 = 0$. Jadi, (x = 9 atau x = 1) dan (x = 7 atau x = 10), yaitu irisan himpunan {9, 1} dan {7, 10}. Dapat ditulis $\{9, 1\} \cap \{7, 10\} = \phi$, yaitu kosong. Jadi, tidak ada nilai x sehingga $p(x) \wedge q(x)$ bernilai benar

6. a. $2x + 1 = 7$ atau $3 - 3 \neq 0$, maka x = 3 atau $0 \neq 0$ yang bernilai benar. Jadi, x = 3

   b. $8 - x^2 = 0$ atau 2 adalah bentuk akar , maka $x = 2\sqrt{2}$ atau $x = -2\sqrt{2}$ atau 2 adalah bentuk akar yang bernilai benar. Jadi, $x = 2\sqrt{2}$ atau $x = -2\sqrt{2}$

7. a. benar — d. benar

   b. salah — e. benar

   c. benar — f. salah

❑ Latihan Soal Unit 4

1. a. benar

   b. benar

   c. salah

2. a. $x \neq 5$

   b. x = 0

   c. x = 8

3. a. Agar $4x - 2 = 10$ bernilai salah, maka $x \neq 3$

   b. Agar $x^2 - 3x + 2 = 0$ bernilai salah, maka $(x - 1)(x - 2) \neq 0$, yaitu $x \neq 1$ dan $x \neq 2$

   c. Agar $x - 5 \neq 1$ bernilai salah, maka $x - 5 = 1$, yaitu x = 6

4. a. benar

   b. salah

   c. Jika $x^2 = 36$, maka x = 6, secara logis ekivalen dengan pernyataan $x \neq 6$, maka $x^2 \neq 36$ yang bernilai benar. Jadi, pernyataan jika $x^2 = 36$, maka x = 6 bernilai benar

   d. salah

5. a. $x - 1 = 3$ haruslah bernilai salah, maka nilai x harus memenuhi $x - 1 \neq 3$, yaitu $x \neq 4$

   b. $x^2 - 1 = 0$ haruslah bernilai benar, maka x = 1 atau x = -1

   c. $x^2 - 5x + 6 = 0$ haruslah bernilai benar, maka $(x - 3)(x - 2) = 0$, yaitu x = 3 atau x = 2

6. a. $5x - 25 = 0$ haruslah bernilai salah, maka nilai x harus memenuhi $5x - 25 \neq 0$, yaitu $x \neq 5$

   b. $x^2 - 8 > 0$ haruslah bernilai salah, maka nilai x harus memenuhi $x^2 - 8 \leq 0$, yaitu $-2\sqrt{2} \leq x \leq 2\sqrt{2}$

   c. $x^2 - 5x + 6 = 0$ haruslah bernilai benar, maka $(x - 3)(x - 2) = 0$, yaitu x = 3 atau x = 2

7. a. benar — d. benar

   b. salah — e. benar

   c. benar — f. benar

❑ Latihan Soal Unit 5

1. Tabel kebenaran dari pernyataan p dan q

Pernyataan		Negasi		Pernyataan			
P	q	~p	~q	$\sim p \wedge q$	$\sim(p \Rightarrow \sim q)$	$(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$	$\sim(p \wedge q) \vee \sim(q \leftrightarrow p)$
B	B	S	S	S	B	B	S
B	S	S	B	S	S	B	B
S	B	B	S	B	S	B	B
S	S	B	B	S	S	B	B

Berdasarkan tabel diperoleh:

a. $\sim p \wedge q$ hanya benar jika p benar dan q salah

b. $\sim(p \Rightarrow \sim q)$ hanya benar apabila p benar dan q benar

c. $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$ bernilai benar

d. $\sim(p \wedge q) \vee \sim(q \leftrightarrow p)$ hanya salah apabila p benar dan q benar

2. Dengan menggunakan tabel kebenaran berikut, diperoleh:

Pernyataan		Negasi		Pernyataan					
p	q	~p	~q	$\sim p \wedge q$	$p \vee \sim q$	$p \wedge \sim q$	$\sim p \vee q$	$p \Rightarrow \sim q$	$p \wedge q$
B	B	S	S	S	B	S	B	S	B
B	S	S	B	S	B	B	S	B	S
S	B	B	S	B	S	S	B	B	S
S	S	B	B	S	B	S	B	B	S

a. negasi dari $\sim p \wedge q$ adalah $p \vee -q$

b. negasi dari $p \wedge \sim q$ adalah $\sim p \vee q$

c. negasi dari $p \Rightarrow \sim q$ adalah $p \wedge q$

3. a. Lely tidak cantik atau tidak cerdas

   b. Ibu tidak pergi ke pasar dan tidak ke toko

   c. Terdapat penduduk sedih dan tidak bertepuk tangan

4. a. 2 adalah bilangan ganjil atau 2 bukan bilangan prima, bernilai salah

   b. $3 + 5 \geq 6$ atau $7 \leq 6$, bernilai benar

   c. $4 + 6 \neq 10$ dan $10 - 5 \neq 4$, bernilai salah

   d. $9 < 7$ bernilai salah

   e. Negasi dari $x^2 - 9 = 0$ jika dan hanya jika $x = -3$ atau $x = 3$ adalah pernyataan $x^2 - 9 = 0$ jika dan hanya jika $x \neq -3$ dan $x \neq 3$, bernilai salah

   f. Negasi dari $x^2 - 2x = 0$ jika dan hanya jika $x = 0$ adalah pernyataan $x^2 - 2x = 0$ jika dan hanya jika $x \neq 0$, bernilai salah

5. Dengan menggunakan tabel kebenaran berikut, diperoleh:

Pernyataan		Negasi		Pernyataan			
p	q	~p	~q	$p \wedge p$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
B	B	S	S	B	B	S	S
B	S	S	B	B	S	B	B
S	B	B	S	S	S	B	B
S	S	B	B	S	S	B	B

   a. $p \wedge p \equiv p$

   b. $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

❑ Latihan Soal Unit 6

1. a. Pernyataan: jika $3 + 4 = 7$ maka 7 adalah bilangan ganjil

   konvers: jika 7 adalah bilangan ganjil maka $3 + 4 = 7$

   invers: jika $3 + 4 \neq 7$ maka 7 adalah bilangan genap

   kontraposisi: jika 7 adalah bilangan genap maka jika $3 + 4 \neq 7$

   b. Pernyataan: jika garis AC tegak lurus garis BD maka ABCD adalah layang-layang

   konvers: jika ABCD adalah layang-layang maka garis AC tegak lurus garis BD

   invers: jika garis AC tidak tegak lurus garis BD maka ABCD bukan layang-layang

   kontraposisi: jika ABCD bukan layang-layang maka garis AC tidak tegak lurus garis BD

   c. Pernyataan: jika x bilangan genap, maka x^2 bilangan genap

   konvers: jika x^2 bilangan genap maka x bilangan genap

   invers: jika x bilangan ganjil, maka x^2 bilangan ganjil

   kontraposisi: jika x^2 bilangan ganjil maka x bilangan ganjil

   d. Pernyataan: jika $x < 0$ maka $x^2 > 0$

   konvers: jika $x^2 > 0$ maka $x < 0$

   invers: jika $x \geq 0$ maka $x^2 \leq 0$

   kontraposisi: jika $x^2 \leq 0$ maka $x \geq 0$

2. a. konvers: jika saya mengadakan syukuran maka saya lulus

   invers: jika saya tidak lulus, maka saya tidak akan mengadakan syukuran

   kontraposisi: jika saya tidak mengadakan syukuran maka saya tidak lulus

   b. Pernyataan: jika gaji pegawai naik, maka harga barang naik

   konvers: jika harga barang naik maka gaji pegawai naik

   invers: jika gaji pegawai tidak naik, maka harga barang tidak naik

   kontraposisi: jika harga barang tidak naik maka gaji pegawai tidak naik

   c. Pernyataan: jika lalu lintas macet, maka saya datang terlambat

   konvers: jika saya datang terlambat maka lalu lintas macet

   invers: jika lalu lintas tidak macet, maka saya datang tidak terlambat

   kontraposisi: jika saya datang tidak terlambat maka lalu lintas tidak macet

3. a. Pernyataan: $p \Rightarrow \sim q$

   konvers: $\sim q \Rightarrow p$

   invers: $\sim p \Rightarrow q$

   kontraposisi: $q \Rightarrow \sim p$

   b. $p \Rightarrow (q \vee \sim p)$

   konvers: $(q \vee \sim p) \Rightarrow p$

   invers: $\sim p \Rightarrow \sim q \wedge p$

   kontraposisi: $\sim q \wedge p \Rightarrow \sim p$

   c. $\sim(q \wedge \sim p) \Rightarrow \sim q$

konvers: $\sim q \Rightarrow \sim(q \wedge \sim p)$

invers: $(q \wedge \sim p) \Rightarrow q$

kontraposisi: $q \Rightarrow (q \wedge \sim p)$

4. Dengan menggunakan tabel kebenaran, diperoleh:

Pernyataan		Negasi		Pernyataan		
P	q	~p	~q	$p \wedge q$	$p \Rightarrow \sim q$	$\sim(p \Rightarrow \sim q)$
B	B	S	S	B	S	B
B	S	S	B	S	B	S
S	B	B	S	S	B	S
S	S	B	B	S	B	S

Dari tabel diperoleh $p \wedge q$ secara logis menyatakan $\sim(p \Rightarrow \sim q)$

❑ Latihan Soal Unit 7

1. Dengan menggunakan tabel kebenaran, diperoleh:
   a. tautologi
   b. kontradiksi
   c. lainnya (bukan tautologi dan bukan kontradiksi)
   d. tautolologi
   e. lainnya (bukan tautologi dan bukan kontradiksi)
   f. lainnya (bukan tautologi dan bukan kontradiksi)
   g. lainnya (bukan tautologi dan bukan kontradiksi)
   h. tautolologi
   i. tautolologi
   j. kontradiksi
2. Diberikan $\sim p \vee q$ sebuah tautologi, maka haruslah p bernilai salah
   a. Maka, $p \wedge \sim q$ akan bernilai salah, sehingga $p \wedge \sim q$ sebuah kontradiksi
   b. Maka, $p \Rightarrow q$ akan bernilai benar sehingga $p \Rightarrow q$ sebuah tautologi

❑ Latihan Soal Unit 8

1. Gunakan definisi kuantor.
   a. Kuantor universal
   b. Kuantor eksistensial
   c. Kuantor universal
   d. Kuantor universal
   e. Kuantor universal
2. Negasi pernyataan.
   a. Terdapat pria yang bukan petualang
   b. Terdapat bilangan real x sehingga $x^2 + 2$ bukan positif
   c. Semua orang menganggap matematika itu mudah
   d. Untuk setiap bilangan x sehingga $x + 3 \leq 1$
   e. Terdapat anjing yang mirip kucing
3. Nilai kebenaran kuantor
   a. $\forall$ x, $|x| = x$ bernilai salah karena negasinya $\exists$ x, $|x| \neq x$ bernilai benar
   b. $\exists$ x, $x^2 = x$ bernilai benar
   c. $\forall$ x, $x + 1 > x$ bernilai benar karena negasinya $\exists$ x, $x + 1 \leq x$ bernilai salah
   d. $\exists$ x, $x + 1 = x$ bernilai salah
4. Negasi pernyataan
   a. Tidak benar bahwa jika ada huru hara maka seseorang akan terbunuh
   b. hari sudah belum siang atau semua orang belum bangun
5. Negasi dari pernyataan
   a. $\sim[\forall x, p(x) \wedge \exists x, q(x)] \equiv \exists x, \sim p(x) \vee \forall x, \sim q(x)$
   b. $\sim[\exists y, p(y) \Rightarrow \forall x, \sim q(x)] \equiv \sim[\sim(\exists y, p(y)) \vee \forall x, \sim q(x)]$

      $\equiv \sim[\forall y, \sim p(y) \vee \forall x, \sim q(x)] \equiv \exists y, p(y) \wedge \exists x, q(x)$

❑ Latihan Soal Unit 9

1. Tabel tabel kebenaran dari implikasi:
   a. Silogisme

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow r$	$p \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
B	B	B	B	B	B	B	B
B	B	S	B	S	S	S	B
B	S	B	S	B	B	S	B
B	S	S	S	B	S	S	B
S	B	B	B	B	B	B	B

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow r$	$p \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
S	B	S	B	S	B	S	B
S	S	B	B	B	B	B	B
S	S	S	B	B	B	B	B

b. modus ponens

P	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge p$	$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow p$
B	B	B	B	B
B	S	S	S	B
S	B	B	S	B
S	S	B	S	B

c. modus tolens

P	q	~q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge$ ~q	$[(p \Rightarrow q) \wedge$ ~q$] \Rightarrow$ ~p
B	B	S	B	S	B
B	S	B	S	S	B
S	B	S	B	S	B
S	S	B	B	S	B

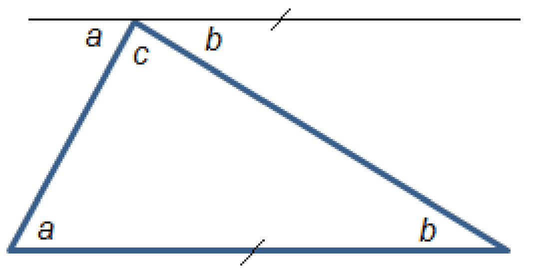
2. Kesimpulan dari premis-premis
   a. $x = 2$ atau $x = -2$
   b. pemain mendapatkan bonus
   c. harga tidak naik
3. Keabsahan penarikan kesimpulan
   a. Tidak absah
   b. Tidak absah. AC dan BD tidak harus berupa diagonal
   c. Tidak absah
   d. Absah
   e. Absah
4. Keabsahan penarikan kesimpulan
   a. Tidak abasah
   b. Absah

   c. Absah
   d. Tidak absah
   e. Tidak absah
   f. Absah

❑ Latihan Soal Unit 10

1. Pembuktian langsung

Misalkan sudut-sudut segitiga adalah a, b dan c. Dengan menggunakan sifat sudut berseberangan, maka a + b + c membentuk sudut lurus sebesar 180 derajat



2. Pembuktian melalui contoh penyangkal.

Negasi dari ”kuadrat setiap n bilangan ganjil, maka adalah n^2 ganjil” adalah ”terdapat n ganjil sehingga n^2 genap” yang bernilai salah. Jadi jika n ganjil, maka n^2 ganjil

3. Pembuktian langsung.

Jika $x = ap^2$, maka $y^2 = 4ax = 4a(ap^2) = 4a^2p^2$. Jadi $y = 2ap$ atau $y = -2ap$ sehingga titik $(ap^2, 2ap)$ terletak pada kurva $y^2 = 4ax$

4. Pembuktian langsung.

Misalkan sin x = a/r di mana a sisi yang dihadapi sudut x pada segitiga siku-siku dengan sisi miring r dan b sisi lainnya. Maka,

$\sin^2 x + \cos^2 x = (a/r)^2 + (b/r)^2 = (a^2 + b^2)/r^2 = r^2/r^2 = 1$

5. Pembuktian melalui contoh penyangkal.

Negasi dari ” setiap bilangan real x, jika $x^2 > 0$, maka $x < -1$ atau $x > 1$” adalah ”terdapat x, sehingga jika $-1 \leq x \leq 1$, maka $x^2 \leq 0$” yang bernilai benar, yaitu untuk x = 0. Jadi setiap bilangan real x, jika $x^2 > 0$, maka $x < -1$ atau $x > 1$, bernilai salah.

6. Pembuktian melalui induksi matematika

Untuk n=1, berlaku $1 = 1^2 = 1$, bernilai benar

Andaikan $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + 2n - 1 = n^2$ benar, maka jika jika n diganti n+1 diperoleh $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + 2n - 1 + 2(n + 1) - 1 = n^2 + 2(n + 1) - 1 = n^2 + 2n + 1 = (n + 1)^2$ bernilai benar

7. Pembuktian melalui induksi matematika

Untuk n=1, berlaku $2^1 - 1 = 1$, bernilai benar

Andaikan $1 + 2 + 4 + 8 + \ldots + 2^{n-1} = 2^n - 1$ benar, maka jika jika n diganti n+1 diperoleh $1 + 2 + 4 + 8 + \ldots + 2^{n-1} + 2^{n+1-1} = 2(2^n) - 1 = 2^{n+1} - 1$, bernilai benar

8. Pembuktian melalui contoh penyangkal

Negasi dari ”untuk a, b bulat, jika ab genap maka a atau b genap” adalah ”terdapat a, b bulat, sehingga jika a dan b genap, maka ab ganjil” yang bernilai salah. Jadi untuk a, b bulat, jika ab genap maka a atau b genap, bernilai benar.

9. Pembuktian melalui contoh penyangkal

Negasi dari ”kuadrat bilangan genap adalah genap” adalah ”terdapat bilangan genap sehingga kuadratnya ganjil” yang bernilai salah. Jadi kuadrat bilangan genap adalah genap, bernilai benar.

10. Pembuktian langsung

$ab < 0$ dan $a < 0$ maka haruslah $b > 0$

Penilaian

Anda dinyatakan memahami modul ini atau dapat berpindah ke modul berikutnya apabila telah memenuhi salah satu persyaratan berikut:

1. Mampu mengerjakan tugas dan soal latihan secara lengkap, benar, akurat dan sesuai prosedur pengerjaan
2. Mampu mengerjakan tugas dan soal latihan dengan benar, akurat dan sesuai prosedur pengerjaan, minimal sebesar 70%
3. Mampu mengerjakan test penempatan untuk modul ini dengan benar, akurat dan sesuai prosedur pengerjaan, minimal sebesar 70%

Anda dinyatakan belum memahami dan menguasai modul ini dan belum dapat berpindah ke modul berikutnya apabila:

1. Mampu mengerjakan tugas dan soal latihan dengan benar, akurat dan sesuai prosedur pengerjaan, di bawah sebesar 70%
2. Mengikuti test penempatan dengan hasil di bawah 70%

❑ **Rubrik Penilaian Penugasan**

- **Penugasan Unit 1**

Aspek yang Dinilai	**Penilaian**					
Kesesuaian kutipan artikel	Benar	5	Mendekati benar	3	Salah	1
Penulisan sesuai ejaan yang disempurnakan (EYD)	Tepat	5	Cukup Tepat	3	Kurang tepat	1
Total Skor		**10**		**6**		**2**

- **Penugasan Unit 2**

Aspek yang Dinilai	Penilaian					
Kesesuaian kutipan artikel	Benar	5	Mendekati benar	3	Salah	1
Penulisan sesuai ejaan yang disempurnakan (EYD)	Tepat	5	Cukup Tepat	3	Kurang tepat	1
Total Skor		**10**		**6**		**2**

- **Penugasan Unit 3**

Aspek yang Dinilai	Penilaian					
Kesesuaian kutipan artikel	Benar	5	Mendekati benar	3	Salah	1
Penulisan sesuai ejaan yang disempurnakan (EYD)	Tepat	5	Cukup Tepat	3	Kurang tepat	1
Total Skor		**10**		**6**		**2**

- **Penugasan Unit 4**

Aspek yang Dinilai	Penilaian					
Kesesuaian kutipan artikel	Benar	5	Mendekati benar	3	Salah	1
Penulisan sesuai ejaan yang disempurnakan (EYD)	Tepat	5	Cukup Tepat	3	Kurang tepat	1
Total Skor		**10**		**6**		**2**

❑ **Rubrik Penilaian Latihan Soal**

1. **Rubrik Penilaian Latihan Soal Unit 1**

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
1.	1	0,5	0
2.	1	0,5	0
3.	1	0,5	0
4.	1	0,5	0
5.	1	0,5	0
6.	1	0,5	0
7.	1	0,5	0
8.	1	0,5	0
9.	1	0,5	0
10.	1	0,5	0
total	**10**	**5**	**0**

2. **Rubrik Penilaian Latihan Soal Unit 2**

1. Pertanyaan nomor 1

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	1,25	0,75	0
b.	1,25	0,75	0
c.	1,25	0,75	0
d.	1,25	0,75	0
e.	1,25	0,75	0
f.	1,25	0,75	0
g.	1,25	0,75	0
h.	1,25	0,75	0
total	**10**	**6**	**0**

2. Pertanyaan nomor 2

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	2	1	0
b.	2	1	0

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
c.	2	1	0
d.	2	1	0
e.	2	1	0
total	**10**	**5**	**0**

3. Rubrik Penilaian Latihan Soal Unit 3

1) Pertanyaan nomor 1

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	3,25	1,5	0
b.	3,25	1,5	0
c.	3,50	1,5	0
total	**10**	**4,5**	**0**

2) Pertanyaan nomor 2

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	2,5	1	0
b.	2,5	1	0
c.	2,5	1	0
d.	2,5	1	0
Total	**10**	**4**	**0**

3) Pertanyaan nomor 3

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	1,5	0,75	0
b.	1,5	0,75	0
c.	1,75	0,75	0
d.	1,75	0,75	0
e.	1,75	0,75	0
f.	1,75	0,75	0
Total	**10**	**4,5**	**0**

4) Pertanyaan nomor 4

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	3,25	1,5	0
b.	3,25	1,5	0
c.	3,50	1,5	0
total	**10**	**4,5**	**0**

5) Pertanyaan nomor 5

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	2,5	1	0
b.	2,5	1	0
c.	2,5	1	0
d.	2,5	1	0
Total	**10**	**4**	**0**

6) Pertanyaan nomor 6

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	5	2	0
b.	5	2	0
Total	**10**	**4**	**0**

7) Pertanyaan nomor 7

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	1,5	1	0
b.	1,5	1	0
c.	1,75	1	0
d.	1,75	1	0
e.	1,75	1	0
f.	1,75	1	0
Total	**10**	**6**	**0**

4. Rubrik Penilaian Latihan Soal

1) Pertanyaan nomor 1

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
d.	3,25	1,5	0
e.	3,25	1,5	0
f.	3,50	1,5	0
total	**10**	**4,5**	**0**

2) Pertanyaan nomor 2

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	3,25	1,5	0
b.	3,25	1,5	0
c.	3,50	1,5	0
Total	**10**	**4,5**	**0**

3) Pertanyaan nomor 3

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
d.	3,25	1,5	0
e.	3,25	1,5	0
f.	3,50	1,5	0
Total	**10**	**4,5**	**0**

4) Pertanyaan nomor 4

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	2,5	1	0
b.	2,5	1	0
c.	2,5	1	0
d.	2,5	1	0
Total	**10**	**4**	**0**

5) Pertanyaan nomor 5

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
g.	3,25	1,5	0
h.	3,25	1,5	0
i.	3,50	1,5	0
Total	**10**	**4,5**	**0**

6) Pertanyaan nomor 6

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
j.	3,25	1,5	0
k.	3,25	1,5	0
l.	3,50	1,5	0
Total	**10**	**4,5**	**0**

7) Pertanyaan nomor 7

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
g.	1,5	0,75	0
h.	1,5	0,75	0
i.	1,75	0,75	0
j.	1,75	0,75	0
k.	1,75	0,75	0
l.	1,75	0,75	0
Total	**10**	**4,5**	**0**

5. Rubrik Penilaian Latihan Soal

1) Pertanyaan nomor 1

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	2,5	1	0
b.	2,5	1	0
c.	2,5	1	0
d.	2,5	1	0
total	**10**	**4**	**0**

2) Pertanyaan nomor 2

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	3,25	1,5	0
b.	3,25	1,5	0
c.	3,50	1,5	0
Total	**10**	**4,5**	**0**

3) Pertanyaan nomor 3

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
d.	3,25	1,5	0
e.	3,25	1,5	0
f.	3,50	1,5	0
Total	**10**	**4,5**	**0**

4) Pertanyaan nomor 4

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	1,5	1	0
b.	1,5	1	0
c.	1,75	1	0
d.	1,75	1	0
e.	1,75	1	0
f.	1,75	1	0
Total	**10**	**6**	**0**

5) Pertanyaan nomor 5

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	5	2	0
b.	5	2	0
Total	**10**	**4**	**0**

6. Rubrik Penilaian Latihan Soal Unit 6

1) Pertanyaan nomor 1

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	2,5	1	0
b.	2,5	1	0
c.	2,5	1	0
d.	2,5	1	0
total	**10**	**4**	**0**

2) Pertanyaan nomor 2

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	3,25	1,5	0
b.	3,25	1,5	0
c.	3,50	1,5	0
Total	**10**	**4,5**	**0**

3) Pertanyaan nomor 3

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
d.	3,25	1,5	0
e.	3,25	1,5	0
f.	3,50	1,5	0
Total	**10**	**4,5**	**0**

4) Pertanyaan nomor 4

Jumlah Nilai		
Benar	Kurang Tepat	Salah
10	**2**	**0**

7. Rubrik Penilaian Latihan Soal Unit 7

1) Pertanyaan nomor 1

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	1	0,5	0
b.	1	0,5	0
c.	1	0,5	0
d.	1	0,5	0
e.	1	0,5	0
f.	1	0,5	0
g.	1	0,5	0
h.	1	0,5	0
i.	1	0,5	0
j.	1	0,5	0
total	**10**	**5**	**0**

2) Pertanyaan nomor 2

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	5	2	0
b.	5	2	0
Total	**10**	**4**	**0**

8. Rubrik Penilaian Latihan Soal Unit 8

1) Pertanyaan nomor 1

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	2	1	0
b.	2	1	0
c.	2	1	0
d.	2	1	0
e.	2	1	0
total	**10**	**5**	**0**

2) Pertanyaan nomor 2

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	2	1	0
b.	2	1	0
c.	2	1	0
d.	2	1	0
e.	2	1	0
Total	**10**	**5**	**0**

3) Pertanyaan nomor 3

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	2,5	1	0
b.	2,5	1	0
c.	2,5	1	0
d.	2,5	1	0
Total	**10**	**4**	**0**

4) Pertanyaan nomor 4

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	5	2	0
b.	5	2	0
Total	**10**	**4**	**0**

5) Pertanyaan nomor 5

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	5	2	0
b.	5	2	0
Total	**10**	**4**	**0**

9. Rubrik Penilaian Latihan Soal Unit 9

1) Pertanyaan nomor 1

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	3,25	1,5	0
b.	3,25	1,5	0
c.	3,50	1,5	0
total	**10**	**4,5**	**0**

2) Pertanyaan nomor 2

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	5	2	0
b.	5	2	0
Total	**10**	**4**	**0**

3) Pertanyaan nomor 3

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	2	1	0
b.	2	1	0
c.	2	1	0
d.	2	1	0
e.	2	1	0
Total	**10**	**5**	**0**

4) Pertanyaan nomor 4

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
a.	1,5	1	0
b.	1,5	1	0
c.	1,75	1	0
d.	1,75	1	0
e.	1,75	1	0
f.	1,75	1	0
Total	**10**	**6**	**0**

10. Rubrik Penilaian Latihan Soal

Pertanyaan/ Soal	Jumlah Nilai		
	Benar	Kurang Tepat	Salah
1.	1	0,5	0
2.	1	0,5	0
3.	1	0,5	0
4.	1	0,5	0
5.	1	0,5	0
6.	1	0,5	0
7.	1	0,5	0
8.	1	0,5	0
9.	1	0,5	0
10.	1	0,5	0
total	**10**	**5**	**0**

❑ **Rumus Nilai Akhir Latihan Soal:**

$$\frac{u1 + u2 + u3 + u4 + u5 + u6 + u7 + u8 + u9 + u10}{10}$$

Keterangan:
u1, u2, u3, u4, u5, u6, u7, u8, u9, u10 = latihan soal unit 1, dan seterusnya

❑ **Rumus Nilai Akhir Penugasan:**

$$\frac{n1 + n2 + n3 + n4 + \text{nilai latihan soal}}{5}$$

Keterangan:
n1, n2, n3, n4 = nilai penugasan unit ke-1, ke-2, ke-3, ke-4

❑ **Rumus Nilai Akhir Modul:**

$$\frac{\text{nilai akhir latihan soal} + \text{nilai akhir penugasan}}{2}$$

❑ **Nilai Kelulusan Peserta Didik**

Rentang Nilai (0 – 100)	Nilai	Kelulusan
91 – 100	A	Lulus
81 – 90	B	Lulus
70 – 80	C	Lulus
< 70	D	Tidak Lulus

Daftar Pustaka

Cangelosi, S Jane. 1995. *Merancang Tes Untuk Menilai Prestasi Siswa.* Penerbit ITB Bandung.

Cheng, Joy. 2003. *Master Problem Solving Maths*. Federal Publications. Singapore.

Ditjen PAUD dan Dikmas. 2017. *Kurikulum Kesetaraan Paket A setara SD, Paket B setara SMP dan Paket C setara SMA*. Kemdikbud.

Hall, C. Bettye, dan Mona Fabricant. 1993. *Algebra 2 with trigonometry.* Prentice Hall, New Jersey.

https://ibnufajar75.wordpress.com/materi-pembelajaran/matematikakelas-x/

http://www.bukupaket.com/2016/08/materi-matematika-kelas-10-sma.html

http://www.matematrick.com/2012/10/materi-pelajaran-matematika-sma.html

https://www.zenius.net/cg/46/matematika-sma-kelas-10

Marthen, Kanginan, dan Teten Kustendi. 2001. *Matematika SMU Kelas 3.* Bandung: Grafindo.

Martin, JL. 1981. *Basic quantum mechanics*. Oxford University Press, New York.

Purcell, J Edwin, dan Dale Varberg. 1990. *Kalkulus dan Geometri Analitis.* jilid I. Penerbit Erlangga, Jakarta.

Permendikbud No. 24 tahun 2016. *Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar Matematika.* Kemendikbud.

Soedjadi R., dan Djoko Moesono. *Matematika.* Balai Pustaka, Jakarta, 2003

CURRICULUM VITAE

1. Nama : Sujatmiko, S.Si
2. Tempat/tgl lahir: Kediri, 18 Mei 1968
3. Jenis Kelamin : Pria
4. Agama : Islam
5. NIP : 196805181996011002
6. Pangkat/Gol : Penata/III D
7. Jabatan : Pengembang Kurikulum
8. Alamat Kantor : Pusat Kurikulum dan Perbukuan Balitbang Kemdikbud
   Jl. Gunung Sahari Raya No. 4 Senen
   Jakarta Pusat 10410
9. Telpon Kantor : 0213806229;02134834862
10. Alamat Rumah : Jl. H Moong Gg H Piih No. 6 RT 006/RW 02
    Kel. Baru Cijantung Kec Pasar Rebo Jakarta Timur 13780
11. Telepon Rumah : 021 87717728
12. Telepon HP : 0812 8260075
13. Email : jatmikopuskur@yahoo.com;jatmikopuskur@gmail.com

LATAR BELAKANG PENDIDIKAN FORMAL

No	Nama pendidikan	Jurusan	Tempat	Tahun lulus
1	SD Negeri Plosokidul 1	-	Kediri	1981
2	SMP Negeri 1 Wates	-	Kediri	1984
3	SMA Negeri 1 Pare	Biologi	Kediri	1987
4	Institut Teknologi Bandung	Matematika	Bandung	1994

PENGALAMAN KERJA

No	Nama Kegiatan/Pekerjaan	Kedudukan	Tahun
1	Staf Pengajar mata kuliah Matematika Teknik I dan II, STT Mandala Bandung	Dosen	1995 – 2002
2	Staf Pengajar mata kuliah Logika Matematika dan Struktur Data, Universitas Bhayangkara Jakarta	Dosen	1997 – 2003
3	Staf Pengajar mata kuliah Matematika, Politeknik Bunda Kandung Jakarta	Dosen	1997 – 2003
3	Editor Buku teks mata pelajaran matematika, PT Penerbit Erlangga Jakarta	Staf Editor	1996
4	Tenaga teknis Pusat Kurikulum dan Perbukuan Balitbang Kemdikbud	Pengembang Kurikulum	1996 – sekarang